

# CONGRÈS JUNIOR PLURIDISCIPLINAIRE

## Drawing the Symbolic Dynamics

*Vivien Ducros*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *DER Informatique, ENS Paris-Saclay, Gif-sur-Yvette, France*  
*Presenting author e-mail: vivien.ducros@ens-paris-saclay.fr*

Diagrams are convenient to give intuition to the researchers, however, no way to prove a result with a drawing! But there is a solution: the field of graphical languages offers us a formal framework in which drawings have a mathematical meaning. Drawing diagrams is then a rigorous demonstration method.

In computer science, symbolic dynamics is the study of subshifts: very particular sets of configurations, some ways of coloring the vertices of a graph. The subshifts satisfy, among others things, the shift invariance property.

The objective of my internship is to define a framework in which diagrams represent subshifts. In practice, boxes are drawn on the vertices of a graph, connected by wires following the edges. Mathematically, boxes are tensors that impose constraints and transmit information through the wires that connect them.

Constraints are represented in the tensors by coefficients of value 0 or 1. A future idea is to replace them by real positive coefficients whose sum is 1. We could then define configurations in a probabilistic way. Moreover, with complex coefficients, we would define quantum configurations. This last variant reveals interference phenomena.

**Keywords:** Symbolic dynamics, graphical languages, groups, tensors

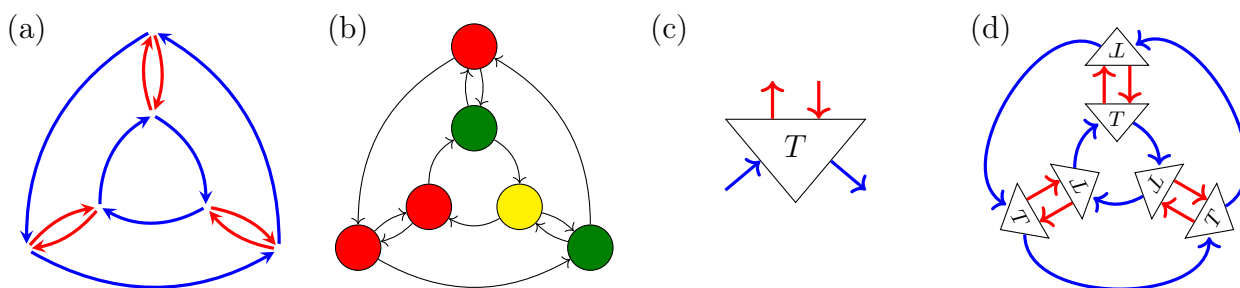


Figure 1 – (a) A Cayley graph of the dihedral group  $D_3$  ; (b) A configuration on  $D_3$  ; (c) Diagram of a tensor  $T$  ; (d) Diagram representing the subshift made by the tensor  $T$ .

**Supervisor:** Titouan Carette, LIX, École Polytechnique, Palaiseau, France

### References

- [1] D. Lind and B. Marcus. An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding. *Cambridge University Press*, 1995.
- [2] T. Carette and E. Moutot. Aperiodicity in Quantum Wang Tilings. 2023.
- [3] E. Moutot. Around the Domino Problem - Combinatorial Structures and Algebraic Tools. *PhD Thesis*, 2020.

# CONGRÈS JUNIOR PLURIDISCIPLINAIRE

## Dessiner la Dynamique Symbolique

Vivien Ducros<sup>1</sup>

<sup>1</sup> DER Informatique, ENS Paris-Saclay, Gif-sur-Yvette, France

Adresse e-mail de l'auteur : [vivien.ducros@ens-paris-saclay.fr](mailto:vivien.ducros@ens-paris-saclay.fr)

Les schémas sont pratiques pour donner une intuition aux chercheuses et aux chercheurs, par contre, pas question de justifier un résultat avec un dessin ! Mais il y a une solution : le domaine des langages graphiques nous offre un cadre formel dans lequel les dessins ont un sens mathématique. Dessiner des diagrammes est alors une méthode rigoureuse de démonstration.

En informatique, la dynamique symbolique est l'étude des décalages : ce sont des ensembles bien particuliers de configurations, des façons de colorier les sommets d'un graphe. Les décalages satisfont, entre autres, la propriété d'invariance par translation.

L'objectif de mon stage est de définir un cadre dans lequel les diagrammes représentent les subshifts. En pratique, on dessine des boîtes sur les sommets d'un graphe, reliées par des fils en suivant les arêtes. Mathématiquement, les boîtes sont des tenseurs qui imposent des contraintes et transmettent de l'information grâce aux fils qui les relient.

Les contraintes sont représentées dans les tenseurs par des coefficients de valeur 0 ou 1. Une idée future est de mettre à la place des coefficients réels positifs dont la somme vaut 1. On pourrait alors définir des configurations de manière probabiliste. De plus, avec des coefficients complexes, on définirait des configurations quantiques. Cette dernière variante fait apparaître des phénomènes d'interférences.

**Mots-clés :** Dynamique symbolique, langages graphiques, groupes, tenseurs

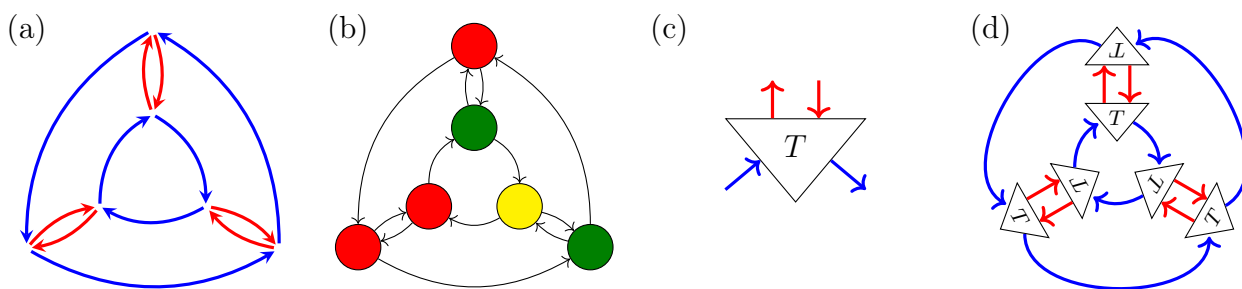


FIGURE 2 – (a) Un graphe de Cayley du groupe diédral  $D_3$ ; (b) Une configuration de  $D_3$ ; (c) Diagramme d'un tenseur  $T$ ; (d) Diagramme représentant le subshift créé par le tenseur  $T$ .

**Encadrant :** Titouan Carette, LIX, École Polytechnique, Palaiseau, France.

### Références

- [1] D. Lind and B. Marcus. An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding. *Cambridge University Press*, 1995.
- [2] T. Carette and E. Moutot. Aperiodicity in Quantum Wang Tilings. 2023.
- [3] E. Moutot. Around the Domino Problem - Combinatorial Structures and Algebraic Tools. *PhD Thesis*, 2020.