

Complément

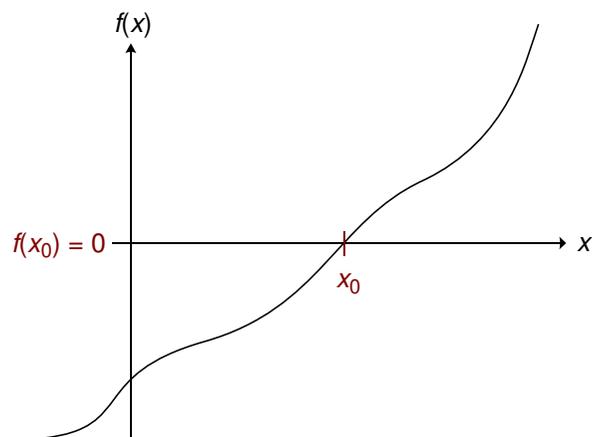
MÉTHODE DE RÉOLUTION D'ÉQUATIONS PAR DICHOTOMIE

Code Python à retrouver à cette adresse :

<https://perso.crans.org/tocqueville/python/dichotomie.py>

I Principe

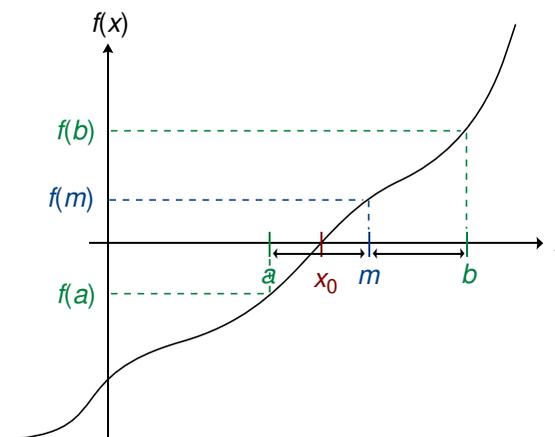
Le principe général de la méthode de dichotomie est de « tâtonner » afin de trouver la valeur de x , notée x_0 , pour laquelle la fonction f s'annule.



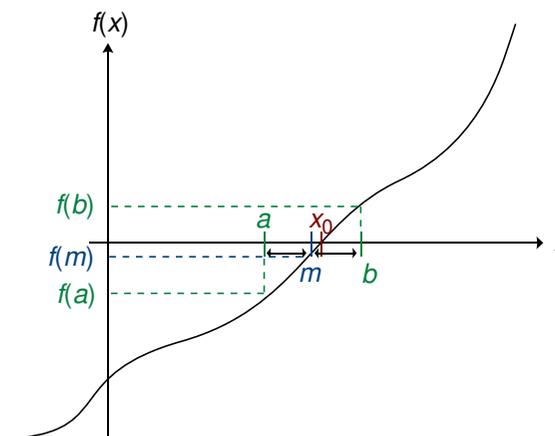
Pour cela, on détermine un intervalle d'abscisses $[a, b]$ au sein duquel on recherche la valeur de x_0 telle que $f(x_0) = 0$. Il faut commencer par vérifier si les images de a et de m par la fonction f ont le même signe, c'est-à-dire si le produit des images est positif ($f(a) \times f(m) > 0$).

Deux situations sont alors possibles :

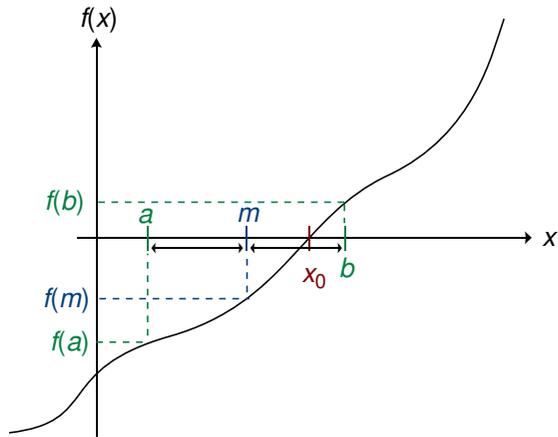
- Si $f(a)$ et $f(m)$ n'ont le même signe, cela signifie que $x_0 \in [a, m]$:



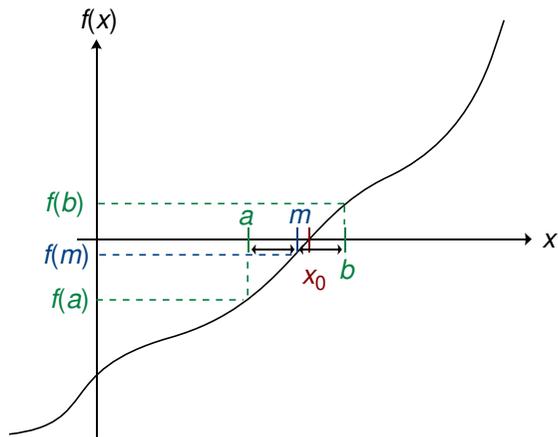
→ Dans ce cas, on réduit l'intervalle en $[a, m]$ en donnant à b la valeur de m et on réitère.



- Si $f(a)$ et $f(m)$ ont le même signe, cela signifie que $x_0 \in [m, b]$.



→ Dans ce cas, on réduit l'intervalle en $[m, b]$ en donnant la valeur de m à a et on réitère.



Ainsi, le but est d'**approcher la solution au maximum** car à chaque itération, l'intervalle dans lequel il est sur de trouver x_0 se réduit de moitié. Il est alors possible d'approcher la solution aussi près que l'on souhaite, en fixant le nombre N d'itérations. D'ordinaire, une approche à 10^{-2} ou 10^{-3} est satisfaisante en physique ou en chimie.

II Algorithme

Variables :

a et b (nombres réels)

f (fonction)
 k (entier naturel)
 N (entier naturel)
 m (nombre réel)

Entrées :

Saisir a, b, f et N .

Traitement :

Pour k variant de 1 à N :

m prend la valeur $\frac{a+b}{2}$

Si $f(m)$ et $f(a)$ sont de même signe, alors :

a prend la valeur m

Sinon

b prend la valeur m

Sortie :

Afficher a et b .

III Et en Python ?

```

1 from math import * #Import des bibliothèques
2
3 def f(x):
4     return ... #Expression de la fonction f
5
6 def dichotomie(a, b, epsilon): #Recherche de la valeur de x tel que f(x)=0
7     while b - a > epsilon: #Définition de la condition d'arrêt de l'algo
8         m = (a + b)/2 #Définition du "milieu" de l'intervalle [a,b]
9         if f(a)*f(m) > 0: #Si f(a) et f(b) ont le même signe
10            b = m #b prend la valeur du "milieu" de l'intervalle
11        else: #Si f(a) et f(b) n'ont pas le même signe
12            a = m #a prend la valeur du milieu de l'intervalle
13    return a, b

```