

Introduction au cours

0.1 But du cours

Ce cours présente les principaux concepts et outils communs à la physique statistique et à la théorie quantique des champs : développements perturbatifs et diagrammes de Feynman, intégrales de chemin et intégrale fonctionnelles, théorie de la renormalisation et groupe de renormalisation.

Ces concepts et ces techniques mathématiques sont apparus à partir des années 40-50 à la fois en physique des hautes énergies (QED, théorie de la renormalisation, théories de jauge non abéliennes), en physique du problème à N-corps (physique nucléaire, physique de la matière condensée) et en physique statistique. Ces développements croisés ont culminé au début des années 70 avec les applications du groupe de renormalisation à la fois (1) en physique des hautes énergies : construction du modèle standard des interactions électrofaibles et de la chromodynamique quantique, liberté asymptotique, et (2) en physique statistique par la théorie moderne des phénomènes critiques : les transitions de phase continues et les comportements critiques associés sont en fait décrits par des théories quantiques des champs !

Depuis lors ces idées et ces méthodes théoriques se sont appliquées à de très nombreux domaines de la physique statistique (phénomènes critiques, systèmes désordonnés, phénomènes hors d'équilibre, processus de croissance), de la physique de la matière condensée (physique des solides, matière molle, systèmes mésoscopiques), de la physique des systèmes quantiques (atomes froids), des systèmes dynamiques (transition vers le chaos, turbulence, systèmes complexes), pour en citer les principaux. Elles sont en train d'irriguer et d'inspirer des domaines importants des mathématiques. Elles sont regroupés souvent sous le terme de «théorie statistique des champs». Plutôt qu'une théorie comme la relativité ou la mécanique quantique, la théorie statistique des champs est une «boîte à outils» (outils venus de la physique statistique et de la physique quantique) dont le contenu est maintenant indispensable au physicien théoricien.

La base de ce succès est double.

(1) Tout d'abord il existe une analogie profonde entre le traitement mathématique des fluctuations thermiques en physique statistique et celui des «fluctuations quantiques» (principe d'incertitude) en physique quantique. Cette analogie est particulièrement claire dans la formulation de la mécanique quantique en terme d'intégrale de chemins (Feynman). Une intégrale de chemin en «temps imaginaire» est analogue à une somme sur les micros états d'un système statistique classique 1D dans l'ensemble grand canonique, la constante de Planck \hbar jouant le rôle de la température T . Cette analogie se généralise très naturellement entre les champs quantiques en D dimensions d'espace et les systèmes statistiques étendus en $D + 1$ dimensions.

(2) Ensuite, les théories quantiques des champs (en général) et les phénomènes critiques sont des systèmes physiques avec un très grand nombre de degrés de liberté indépendants où les fluctuations (quantiques et statistiques) sont importantes sur une très grande gamme d'échelles de distance (longueur d'onde) et de fréquence (énergie). Leurs couplages et leur influence sur la dynamique «effective» du système ne peut être traité simplement. La théorie du groupe de renormalisation permet précisément de contrôler – plus ou moins proprement – ces couplages multi-échelles, en définissant

proprement le concept de «théorie effective» et en permettant de calculer les «couplages effectifs». Elle permet de dégager quels sont les degrés de libertés importants (en théorie quantique quels sont les champs) pour décrire la dynamique d'un système à une échelle donnée. De ce point de vue le groupe de renormalisation a révolutionné notre façon d'aborder de nombreux problèmes en physique (nature des interactions fondamentale, émergence de comportements complexes, apparition de lois d'échelles) et au delà.

Il faut aussi mentionner d'autres idées très importantes qui font partie du package, en particulier dans l'étude des systèmes de basse dimensionnalité et des systèmes désordonnés : excitations topologiques (solitons, vortex, instantons) et effets nonperturbatifs, solutions exactes et systèmes intégrables, invariance conforme, supersymétrie, ... Elles sont à la base de la théorie des cordes ainsi que des rapports entre la théorie des champs et les mathématiques.

Enfin un certain nombre de méthodes de discrétisation (théories sur réseau, développements de couplage fort) et de simulations numériques (Monte Carlo) venues de la physique statistique sont maintenant des outils standards en théorie quantique des champs et en physique des hautes énergies.

0.2 Bibliographie sommaire :

Il y a énormément de livres sur le sujet, dont beaucoup de bons, c'est difficile de choisir... Je donne ici une liste de ceux que j'ai utilisés, et éventuellement lus... Plus des livres récents de bonne réputation que je n'ai pas encore regardés.

1. Livres en français

- M. Le Bellac, *Des phénomènes critiques aux champs de jauge*, EDP-Sciences/Editions du CNRS ;
livre de base un peu ancien (remanié en 88) mais très clair et toujours utile.
- C. Itzykson et J.-M. Drouffe, *Théorie statistique des champs*, EDP-Sciences/Editions du CNRS (Physique théorique / Savoirs Actuels)
existe aussi en anglais, plus orienté mécanique statistique, couplé avec le toujours classique... C. Itzykson et J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (en anglais), couvre bien le cours et ceux de mécanique quantique et de théorie quantique des champs.
- J. Zinn-Justin, *Intégrale de chemin en mécanique quantique : introduction*, EDP-Science/CNRS-Editions,
introduction récente et très détaillée à l'intégrale de chemin.
ISBN-13 : 978-2868836601

2. Livres en anglais

- J. Zinn-Justin, *Quantum field theory and critical phenomena*, Oxford Science Publications.
Une Bible du sujet, il y a presque tout, mais d'un abord un peu difficile.
ISBN-13 : 978-0198509233
- G. Parisi, *Statistical Field Theory* Perseus, Reading, MA, 1998.
Livre original et inspirant, passe un peu rapidement sur les choses mais insiste bien sur l'essentiel (à mon avis).
ISBN-13 : 978-0738200514
- J. Cardy, *Scaling and renormalization in statistical physics*, Cambridge Lecture Notes in Physics 96.
Présentation un peu rapide mais moderne du sujet.
ISBN : 9780521499590
DOI :10.2277/0521499593
- E. Brézin, *Introduction To Statistical Field Theory*, Cambridge University Press,
une bonne introduction récente.
ISBN-13 : 9780521193030

- M. Kardar, *Statistical Physics of Fields*, Cambridge University Press,
Suite de son cours de physique statistique *Statistical “Physics of Particles”* au MIT. Bonne réputation, mais je ne l’ai pas regardé sérieusement encore.
Les versions anglaises des livres de Itzykson-Drouffe et de Le Bellac
- J.-M. Drouffe & C. Itzykson, *Statistical Field Theory*, Cambridge University Press (2 Volumes).
ISBN-13 : 978-0521408059 - ISBN-13 : 978-0521408066
- M. Le Bellac, *Quantum and Statistical Field Theory*, Oxford University Press.
ISBN-13 : 978-0198539643
- L. P. Kadanoff, *Statistical Physics Statics, Dynamics and Renormalization*, World Scientific (2000).
Une bonne intro à la mécanique statistique et aux problèmes de dynamique, y compris le groupe de renormalisation par bloc spin. S’arrête aux frontières de la théorie des champs...
ISBN-13 : 978-9810237646
- H. Kleinert & V. Schulte-Frohlinde, *Critical Properties of ϕ^4 -Theories*, World Scientific (2001).
Un livre technique sur les calculs perturbatifs de ϕ^4 .
...et des livres plus anciens ...
- R. P. Feynman and Hibbs, *Path Integrals and Quantum Mechanics*.
Le livre ancien, mais toujours classique, d’introduction à l’intégrale de chemin. Clair et détaillé, avec pas mal d’exercices, pour la mécanique quantique. Par contre bien sûr rien sur les aspects plus modernes : les fermions, le spin, effets non-perturbatifs, etc Une version corrigée est parue en 2005.
ISBN-13 : 978-0486477220
- P. Pfeuty and G. Toulouse, *Introduction to the Renormalisation Group of Critical Phenomena* Wiley (1977).
Un des premiers livres sur le sujet.
ISBN-13 : 978-0471994404
- D. Amit, *Field theory, the renormalization group and critical phenomena*, World Scientific.
Un autre des premiers livres sur le sujet. Récemment réédité avec plus de matériaux à propos des études numériques.
ISBN-13 : 978-9812561190
...et on aura toujours intérêt à revenir aux sources
- K. G. Wilson and J. Kogut, *The renormalization group and the epsilon-expansion*, Phys. Rep. 12C, 77 (1974)
- K. G. Wilson, *The Renormalization Group and the Critical Phenomena* (Nobel Address), Rev. Mod. Phys., 55, 583 (1983),
intéressant pour une présentation historique et objective (pour un prix Nobel) du sujet.
- 3. Des livres plus orientés physique des hautes énergies comme...
 - Itzykson-Zuber, *Relativistic Quantum Field Theory*, Dover Publications, Mineola, 2005.
SBN-13 : 978-0486445687
 - Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, ©1995, Addison-Wesley Advanced Book Program (now Perseus Books).
Un des classiques. La partie 2 parle un peu de physique statistique.
ISBN-13 : 978-0201503975
 - S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge University Press (2001), 3 volumes.
Un autre très grand classique, très complet avec des aperçus historiques, mais presque strictement orienté vers la physique des hautes énergies et les théories de jauge. Quelques

mentions des applications à la physique statistique et la physique de la matière condensée dans le volume 2.

ISBN-13 : 978-0521670531 ISBN-13 : 978-0521670548 ISBN-13 : 978-0521670555

- A. Zee, *QFT in a nutshell*, Princeton University Press (2003).
Un peu superficiel, mais stimulant et intéressant car introduisant à pas mal de physique moderne. Voir parties V et VI pour les applications à la phys. stat. et la matière condensée.
[?]
ISBN-13 : 978-0691010199
- K. Huang, *Quantum Field Theory : From Operators to Path Integrals*, J. Wiley & Sons (1998).
Une introduction assez standard à la TQC. La deuxième partie traite des applications à la physique statistique (phénomènes critiques, 2D, vortex et monopoles).
ISBN-13 : 978-0471141204
- A. Das, *Field Theory, a Path Integral Approach*, World Scientific (1993).
une intro à l'intégrale de chemin en mécanique quantique, mais très succinct sur la théorie des champs à la fin.
ISBN-13 : 978-9810213961
- A. Polyakov, *Gauge fields and Strings*, Harwood Academic Publishers (1987).
Intéressant mais très personnel ; plutôt à recommander en cours d'école doctorale.
ISBN-13 : 978-3718603930
- M. Maggiore, *A Modern Introduction to Quantum Field Theory*
(j'ai lu des bonnes critiques mais je ne l'ai pas regardé)
- V. P. Nair, *Quantum Field Theory : A Modern Perspective*
(j'ai lu des bonnes critiques mais je ne l'ai pas regardé)
- J.W. Negele & H. Orland, *Quantum Many-Particle Systems*, Frontiers in Physics, 68, Addison-Wesley (1987).
Plutôt orienté sur la physique des systèmes non-relativistes et la physique nucléaire.
ISBN-13 : 978-0201125931

4. Des livres plus orientés matière condensée et souvent plus avancés

- P. M. Chaikin & T. C. Lubensky, *Principles of Condensed Matter Physics*, Cambridge University Press (1995).
Un classique d'introduction à la physique de la matière condensée et à la physique de la matière molle, qui contient (entre autre) des présentations assez détaillées de la théorie du champ moyen et du groupe de renormalisation, avec beaucoup d'exemples et d'applications.
ISBN-13 : 978-0521794503
- D. Nelson, *Defects and Geometry in Condensed Matter Physics*, Cambridge University Press (2002).
Plus orienté "matière molle" et plus avancé.
ISBN-13 : 978-0521004008
- Alexei M. Tsvelik, *Quantum Field Theory in Condensed Matter Physics* Cambridge Univ Press, 1995.
Introduction rapide mais physique au sujet, mettant l'accent sur les systèmes quantiques de basse dimensionnalité.
ISBN-13 : 978-0521529808
- E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems*, Addison-Wesley (1991).
Bonne introduction aux systèmes quantiques de basse dimensionnalité et aux modèles et méthodes de théorie des champs associées.
ISBN-13 : 978-0201328592

- P.-G. de Gennes, *Scaling Concepts in Polymer Physics*, Cornell University Press (1979) 2nd edition (1985).
ISBN-13 : 978-0801412035
 - M. Stone, *The Physics of Quantum Fields*, Springer.
(Je ne l'ai pas regardé).
ISBN-13 : 978-0387989099
 - Subir Sachdev, *Quantum Phase Transitions*, Cambridge University Press ; 2 edition (May 9, 2011),
ISBN-13 : 978-0521514682 ,
(Je ne l'ai pas regardé).
 - X.-G. Wen, *Quantum Field Theory of Many-body Systems : From the Origin of Sound to an Origin of Light and Electrons*,
(Je ne l'ai pas regardé).
ISBN-13 : 978-0199227259
5. Des livres sur des sujets plus vastes ou plus avancés, mais qui contiennent une introduction ou un résumé au début.
- P. di Francesco, P. Mathieu et D. Sénéchal, *Conformal Field Theory*, Springer.
La Bible (jaune) des théories conformes. Les premiers chapitres sont un rappel condensé mais clair à la TQC et à l'invariance conforme.
ISBN-13 : 978-0387947853
 - Giuseppe Mussardo, *Statistical Field Theory : An Introduction to Exactly Solved Models in Statistical Physics*, Oxford Graduate Texts,
récent, plus orienté vers les systèmes intégrables, l'invariance conforme et les systèmes de basse dimension
ISBN-13 : 978-0199547586
 - V. Rivasseau, *From Perturbative to Constructive Renormalization*, Princeton Univ. Press (1991).
Pour la construction mathématique des théories des champs.
ISBN-13 : 978-0691085302
6. Des livres de mathématiques pour la physique
- R. Courant & D. Hilbert, *Methods of Mathematical Physics*
 - P. M. Morse & H. Feshbach, *Methods of Mathematical Physics*,
ISBN-13 : 978-0070433168
 - L. Schwartz, *Méthodes Mathématiques pour les Sciences Physiques*, Hermann (1961),
ISBN-13 : 978-2705652135
 - M. Stone & P. Goldbart, "Mathematics for Physics - A Guided Tour for Graduate Students",
(Cambridge University Press, 2009),
ISBN-13 : 978-0521854030
Disponible en ligne : http://www.goldbart.gatech.edu/PG_MS_MfP.htm
Un bon livre dans le style américain plutôt que français.
 - *Quantum Fields and Strings : A Course for Mathematicians*, Vol. 1 & 2,
pour les matheux, par les matheux (principalement). A réserver en second semestre et au delà.
ISBN-13 : 978-0821820124