

Table des matières

1	Objectifs de la LP	1
2	Capacités travaillées	1
3	Prérequis	1
4	Introduction générale de la leçon	1
5	Proposition de plan	2
5.1	Adaptation d'impédance pour transfert de puissance électrique	2
5.2	Adaptation d'impédance pour une interface.	2
5.3	Impédance dans une cavité	2
5.4	Conclusion et ouvertures possibles :	2
6	Subtilités de la leçon et points disciplinaires essentiels	2
7	Exercices de base et applications intéressantes pour la leçon	2
8	Bibliographie pour construire la leçon	2
9	Expériences illustratives, simulations numériques et exploitation pédagogique	3
10	Critique des choix pédagogiques de la leçon	3

1 Objectifs de la LP

- ▷ Comprendre l'avantage du formalisme des impédances en physique ondulatoire.
- ▷ Calculer des coefficients de réflexion et de transmission sur une interface avec des impédances.
- ▷ Bien avoir en tête les relations de passage des ondes acoustiques sur une interface.
- ▷ Faire la différence entre impédance acoustique et caractéristique d'un milieu.

2 Capacités travaillées

- ▷ Rappels sur l'acoustique.
- ▷ Formalisme des OPPH.
- ▷ Calculs bien solides en physique ondulatoire.

3 Prérequis

- ▷ Formalisme des OPPH
- ▷ Approximation acoustique, équation d'Euler, obtention de l'équation de d'Alembert, expression de la célérité.
- ▷ notion d'impédance, lois de Kirchoff, puissance électrique, fonctionnement d'un transformateur.

4 Introduction générale de la leçon

Le formalisme des ondes est sans doute l'un des plus efficaces de la physique. Il permet de décrire des phénomènes qui existent depuis le monde quantique jusqu'aux échelles galactiques. A notre échelle, celui-ci est particulièrement efficace pour décrire des domaines aussi divers que le transport de l'électricité,

la musique ou les séismes.

Dans le cadre d'une onde propagative, il est courant que celle-ci change de milieu : apparaissent alors des phénomènes de réflexions ou de transmissions. Il est alors nécessaire de pouvoir se doter de grandeurs qui peuvent quantifier la propagation des ondes dans les divers milieux. C'est Arthur Gordon Webster, en 1914, qui étendra à l'acoustique la notion d'impédance originellement introduite par Oliver Heaviside 30 ans plus tôt dans le cadre des ondes électromagnétiques. Nous allons suivre son raisonnement, en commençant par l'électricité, pour ensuite passer à l'acoustique, en montrant que la notion d'adaptation d'impédance revêt véritablement une importance industrielle et artistique.

5 Proposition de plan

5.1 Adaptation d'impédance pour transfert de puissance électrique

- ▶ Résultat préliminaire
- ▶ Maximisation de la puissance
- ▶ Utilisation d'un transformateur

5.2 Adaptation d'impédance pour une interface

- ▶ Position du problème
- ▶ Le gel - couche anti-reflet

5.3 Impédance dans une cavité

- ▶ Impédance acoustique
- ▶ Obtention des modes propres

5.4 Conclusion et ouvertures possibles :

Au cours de cette leçon, nous avons donc balayé trois types d'adaptation d'impédance aux applications diverses : d'abord dans un circuit électrique, puis sur une interface et enfin dans une cavité.

Dans ce dernier cas, notons qu'une impédance nulle en bout de cavité serait a priori stupide : notre instrument de musique ne rayonnerait aucune puissance ! La prise en compte, en seconde approximation, de ce qu'on nommera l'impédance de rayonnement serait également très intéressante. L'application de l'adaptation d'impédance à cette impédance terminale entre le tuyau et l'air pourra par exemple nous pousser à définir la forme du pavillon d'une trompette.

6 Subtilités de la leçon et points disciplinaires essentiels

- ▷ Distinction entre impédance caractéristique d'un milieu (grandeur positive, rapport des amplitudes des grandeurs considérées), et impédance acoustique (grandeur complexe, rapport des ondes elles-mêmes).
- ▷

7 Exercices de base et applications intéressantes pour la leçon

- ▷ Miroir de Bragg
- ▷ Pavillon exponentiel
- ▷ Propagation guidée d'ondes électromagnétiques
- ▷ Traitements anti-reflet, multi-couche et formalisme d'optique matriciel.
- ▷ Fabry-Pérot.

8 Bibliographie pour construire la leçon

- ▷ E3A 2011 PSI (instruments de musique)

- ▷ Cours d'optique, Fabien Brateneker (Mes cours de M1, très bons pour le formalisme des impédances sur l'interface)
- ▷ Ondes mécaniques et diffusion, Christian Garing, Ellipses - chapitre 2
- ▷ Physique des ondes - Electromagnétisme et optique, Stéphane OLIVIER, Collection de sciences physiques - chapitre 5.
- ▷ Épreuve 2009 A et son corrigé

9 Expériences illustratives, simulations numériques et exploitation pédagogique

- ▷ Réflexion en fonction de l'impédance terminale dans deux mètres câble coaxial
- ▷ Visualiser les coefficients de réflexion et de transmission en fonction de ΔZ .

10 Critique des choix pédagogiques de la leçon

Mon choix principal fut de ne pas toucher aux ondes électromagnétiques et de demeurer dans les domaines électrique et acoustique, et de ne pas repartir de l'équation de d'Alembert.

Les trois types d'impédance (électrique, de milieu et de cavité) ont été balayés dans cette leçon. On peut aller plus loin dans les applications de ces trois principes, à votre convenance.

La critique comme quoi le gel de l'échographie ne fonctionne pas avec une épaisseur stricte me paraît largement recevable... Ceci dit, le calcul est le même pour des couches anti-reflet pour la lumière. A voir pour réussir établir le résultat pour les ondes électromagnétiques. Attention, cela risque néanmoins de prendre plus de temps. Même remarque avec une expérience introductive sur le câble coaxial.

Contrairement à ce qu'a affirmé Manuel Combes, on peut avoir des chambres anéchoïques qui réalisent des adaptations d'impédance avant de parvenir effectivement à une mousse absorbante... Ceci dit je manque clairement de données dessus.

- IL FAUT AUSSI SAVOIR S'ADAPTER AUX QUESTIONS DU CORRECTEUR. -

LPMI 54 Adaptation d'impédance : exemples d'applications

I) Résultat préliminaire
 Pour un dipôle électrique, d'impédance Z ,
 on a $P = \frac{1}{2} \text{Re}(U I^*) = \frac{1}{2} R_0 (\|I\|^2) = I_{\text{eff}}^2 R_0$

2) Adaptation entre générateur et charge
 Objectif: maximiser le transfert de puissance entre générateur et charge.

$$\begin{cases} Z = R + jX \\ Z_0 = R_0 + jX_0 \end{cases}$$

$$P = R_0 I_{\text{eff}}^2 = R_0 \frac{U_{\text{eff}}^2}{(R + R_0)^2 + (X + X_0)^2}$$
 On cherche à obtenir P_{max} .
 On pose $X = -X_0$ (rapports de réactances).

3) Application industriel: transformateur
 On a $U_1 = E - R_1 I_1$.
 On

$$U_1 = \frac{U_2}{m} = \frac{R_2 I_2}{m}$$
 et

$$E = (R_1 + \frac{R_2}{m^2}) I_1$$

$$S. m = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$
 On a optimisé la puissance.

II) Impédance d'une interface: échographie
 1) Énoncé du problème.
 2) Adjonction d'un gel.

III) Impédance d'une cavité finie: instruments à vent
 1) Impédance acoustique.
 2) Distinction des modes propres.

D'autre part, $\frac{dP}{dR_0} = \frac{1}{2} U_{\text{eff}}^2 \left[\frac{1}{(R + R_0)^2} - \frac{2 R_0}{(R + R_0)^3} \right] = 0$

$$= \frac{U_{\text{eff}}^2}{(R + R_0)^3} (R - R_0) = 0 \Rightarrow R = R_0$$

 Ici, il faut $Z = Z_0^*$ $\Rightarrow P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{4 R_0}$
 On $\eta = \frac{R_0 I_{\text{eff}}^2}{(R + R_0) I_{\text{eff}}^2} = \frac{R_0}{R + R_0}$ au maximum pour $R_0 \gg R$.
 (Mais $P \rightarrow 0$)

II) Impédance caractéristique: l'exemple

1) Position du problème
 On définit l'impédance caractéristique $Z_0 = \frac{P}{|V|}$
 Equation d'onde: $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\omega^2}{c^2} u$
 $\frac{P}{|V|} = c = \frac{\omega}{k} = c = Z_0$

On prend des ondes planes

$$\begin{cases} P_1(z,t) = P_{10} e^{i(\omega t - k_1 z)} \\ P_2(z,t) = \Gamma P_{10} e^{i(\omega t + k_1 z)} \\ P_0(z,t) = \Gamma_P P_{10} e^{i(\omega t - k_2 z)} \end{cases}$$

Continuité de la vitesse et de la pression.

$$\begin{cases} P_0(z,t) = P_1(z,t) + P_2(z,t) \\ V_0(z,t) + V_2(z,t) = V_1(z,t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Gamma_P = 1 + \Gamma \\ \frac{Z_m}{Z_0} \Gamma_P = 1 - \Gamma \end{cases}$$

(I) $P_1 + P_2 + \frac{Z_0}{Z_0} (P_2 - P_1) = 0 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{Z_0 + Z_m}{Z_0 - Z_m} \in \mathbb{R}^-$

(II)
$$\begin{cases} \frac{P_2}{P_1} e^{-i k_2 z} = e^{-i k_1 z} + \frac{P_2}{P_1} e^{i k_1 z} \\ \frac{P_2}{P_1} e^{-i k_2 z} = \frac{Z_m}{Z_0} (e^{-i k_1 z} - \frac{P_2}{P_1} e^{i k_1 z}) \end{cases}$$
 Borne -1

$\Rightarrow 1 + \frac{P_2}{P_1} e^{2i k_1 z} = \frac{Z_m}{Z_0} (1 - \frac{P_2}{P_1} e^{2i k_1 z})$

$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{Z_m}{Z_0} - 1}{1 + \frac{Z_m}{Z_0}} e^{-2i k_1 z} = \frac{Z_m - Z_0}{Z_m + Z_0} e^{-2i k_1 z}$

Donc $e^{-2i k_1 z} = -1 \Rightarrow 2k_1 z = 2m\pi + \pi$
 soit $z = \frac{(2m+1)\lambda}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} \Gamma_P = \frac{Z_m - Z_0}{Z_m + Z_0} \\ \Gamma = \frac{Z_m - Z_0}{Z_m + Z_0} \end{cases}$

On définit alors: $T = \frac{I_0}{I_a} = \frac{\langle P, V \rangle}{\langle P, V \rangle} = \frac{P^2 Z_0}{Z_m (Z_m + Z_0)^2}$
 $R = \frac{I_r}{I_a} = \frac{\langle P_r, V_r \rangle}{\langle P, V \rangle} = \Gamma^2 = \frac{(Z_m - Z_0)^2}{(Z_m + Z_0)^2}$

On note $R+T=1$ (conservation de l'énergie)

Application numérique: $Z_m = 1,7 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
 $Z_0 = 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow T \approx 0,77$

2) Le gal.
 Exploiter les relations de passage:

$$\begin{cases} P_3 = P_1 + P_2 \\ \frac{P_3}{Z_m} = \frac{P_1}{Z_0} - \frac{P_2}{Z_0} \end{cases} \begin{cases} P_3 e^{-i k_3 z} = P_1 e^{-i k_1 z} + P_2 e^{i k_1 z} \\ P_3 e^{-i k_3 z} = \frac{P_1}{Z_0} e^{-i k_1 z} - \frac{P_2}{Z_0} e^{i k_1 z} \end{cases}$$

$\frac{Z_0 - Z_m}{Z_0 + Z_m} = \frac{Z_m - Z_0}{Z_m + Z_0} \Rightarrow \frac{Z_0^2 - Z_m^2}{(Z_0 + Z_m)^2} = \frac{Z_m^2 - Z_0^2}{(Z_m + Z_0)^2}$
 $= \frac{Z_m^2 - Z_0^2}{Z_m^2 - Z_0^2} = 1$
 $\Rightarrow Z_0 = Z_m$

III) Impédance caractéristique d'un câble infini à une

1) Impédance caractéristique
 $Z_c = \frac{P}{|V|} = \frac{P(z,t)}{V(z,t)}$
 On pose $P_1 = A e^{i k z} + B e^{-i k z}$
 $V = \frac{A}{Z_c} e^{i k z} + \frac{B}{Z_c} e^{-i k z}$
 $Z_c = \frac{A+B}{-A+B}$
 $Z_c = Z_c \frac{A e^{i k z} + B e^{-i k z}}{A e^{i k z} + B e^{-i k z}}$
 $\Rightarrow Z_0 = Z_c \frac{Z_c \cos(kL) + j Z_c \sin(kL)}{Z_c \cos(kL) + j Z_c \sin(kL)}$

2) Détermination des modes propres
 $Z_L = 0 \Rightarrow Z_0 = Z_c \tan(kL)$
 Équation: $Z_0 = 0$ d'où $\tan(kL) = 0$
 $kL = m\pi$ soit $\omega_m = \frac{2\pi m}{L}$
 $f_m = \frac{m c}{2L}$

Limite: $Z_0 = +\infty$ soit $\tan(kL) = \infty$
 $kL = \frac{\pi}{2} + m\pi$
 $f_m = \frac{c}{2L} (m + \frac{1}{2})$

an à partir des fréquences différentes, et donc des instruments différents.