

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision du raisonnement seront prises en compte dans la notation. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des trois questions, une et une seule des quatre affirmations est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la bonne affirmation sans justification.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 0,5 point ; une question sans réponse n'enlève ni ne rapporte de point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

1. Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60 % durant l'année 2005. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix doit baisser de

(a) 70 % (b) 60 % (c) 40 % (d) 37,5 %

2. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux événements indépendants A et B qui vérifient $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,5$. On a alors :

(a) $p(A \cup B) = 0,65$ (b) $p(A \cup B) = 0,8$ (c) $p(A \cup B) = 0,15$ (d) On ne peut pas savoir.

3. F est la primitive telle que $F(1) = 0$ de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 1$. On a :

(a) $F(0) = 1$ (b) $F(0) = -\frac{4}{3}$ (c) $F(0) = \frac{4}{3}$ (d) $F(0) = \frac{1}{3}$

Exercice 2.

Les membres d'un jeune groupe de musique présentent une chanson lors d'une audition. Dans le morceau qu'ils jouent, il y a un passage délicat sur lequel ils ne sont pas tout à fait au point. En effet :

- le guitariste joue parfaitement ce morceau trois fois sur quatre ;
- la chanteuse échoue dans 50 % des cas si le guitariste se trompe et, sinon, elle commet des erreurs une fois sur cinq.

Les autres musiciens maîtrisent parfaitement leur partition.

On appelle G l'événement : « le guitariste joue parfaitement le morceau ».

On appelle C l'événement : « la chanteuse interprète le morceau sans faire d'erreur ».

1. Dessiner un arbre de probabilité qui modélise la situation décrite précédemment.
2. (a) Déterminer la probabilité $p(G \cap C)$ que le groupe interprète la chanson sans erreur.
(b) Calculer la probabilité qu'un, et un seul, des membres du groupe se trompe.
(c) Déterminer la probabilité que la chanteuse interprète sans erreur le morceau.
3. Calculer $p_C(G)$ (on arrondira le résultat à 10^{-3} près) et interpréter concrètement ce résultat.
4. On admet que la probabilité qu'aucun des membres du groupe ne commette d'erreur est 0,6. Le groupe participe avec sa chanson à trois concours, les trois prestations étant indépendantes les unes des autres. Quelle est la probabilité qu'ils jouent parfaitement à au moins l'un des trois concours ?

Exercice 3.

Calculer une primitive de la fonction f sur I dans chacun des cas suivants.

1. $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$; $I = \mathbb{R}$.
2. $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2x$; $I =]0; +\infty[$.
3. $f(x) = -\frac{2}{x^3}$; $I =]0; +\infty[$.

Exercice 4.

Le coût marginal est la dérivée du coût total.

Le coût marginal d'un produit en milliers d'euros est défini sur $[1; 10]$ par $C_m(q) = q^2 - 10q + \frac{1}{q^2} + 30$.

Déterminer l'expression du coût total C en fonction de q , sachant qu'il est de 10 000 euros pour $q = 1$.

Exercice 5.

Démontrer que G est une primitive de f sur I , puis déterminer la primitive F de f sur I vérifiant la condition indiquée.

$$f(x) = \frac{2}{(3-x)^2}; \quad G(x) = \frac{2x-4}{3-x}; \quad I =]-\infty; 3[; \quad F(1) = 0.$$

Exercice 6.

f est la fonction définie sur $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ par : $f(x) = \frac{4x^2 - 12x + 1}{(4x^2 - 1)^2}$.

1. Déterminer une primitive sur I des fonctions $f_1(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}$ et $f_2(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}$.
2. Prouver que pour tout $x \in I$, $f(x) = \frac{2}{(2x+1)^2} - \frac{1}{(2x-1)^2}$.
3. Calculer une primitive G de f sur I (on pourra utiliser pour f la forme démontrée en 2).