

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision du raisonnement seront prises en compte dans la notation. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples ; pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro de la question et la bonne affirmation sans justification.

Barême : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 0,5 point ; une question sans réponse n'enlève ni ne rapporte de point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.

| | Cadres | Employés |
|--------|--------|----------|
| Hommes | | 25 |
| Femmes | 8 | 15 |

1. Ce tableau incomplet donne les résultats d'un sondage dans une population de 60 personnes.

On interroge une personne au hasard : la probabilité que ce soit une femme sachant que c'est un cadre est :

(a) $\frac{2}{15}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{8}{23}$

2. Soient C et D deux événements indépendants.

On donne $p(C) = \frac{1}{3}$ et $p(D) = \frac{1}{12}$. On a alors :

(a) $p(D \cap C) = \frac{5}{12}$ (b) $p(C \cup D) = \frac{7}{18}$ (c) $p_D(C) = \frac{1}{36}$

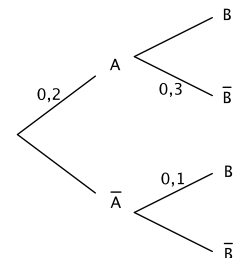
3. On lance une pièce de monnaie équilibrée quatre fois de suite.

La probabilité d'obtenir au moins une fois pile est :

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{15}{16}$ (c) $\frac{1}{16}$

4. Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-contre où A et B sont deux événements, \bar{A} et \bar{B} leurs événements contraires. Alors on a :

(a) $p(B) = 0,22$ (b) $p(\bar{A} \cap B) = 0,8$ (c) $p_B(A) = 0,7$

**Exercice 2.**

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années.

Le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 1998. La consommation est exprimée en milliers d'euros.

| Année | 1998 | 2000 | 2001 | 2002 | 2004 |
|--|------|------|------|------|-------|
| Rang de l'année x_i | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 |
| Consommation en milliers d'euros y_i | 28,5 | 35 | 52 | 70,5 | 100,5 |

- Représenter le nuage de points $P_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm comme unité en abscisses, et 1 cm pour 10 000 € en ordonnées).
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
- On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite d des moindres carrés, d'équation $y = ax + b$.
 - A l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près des coefficients a et b et donner l'équation de d .
 - Tracer la droite d dans le repère précédent. Passe-t-elle par le point G ? Justifier.
 - A l'aide de cet ajustement, déterminer une estimation de la consommation des ménages en 2005.
- En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2005 la consommation réelle des ménages de cette ville était de $y_8 = 140\,000$ €. Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte (on donnera un résultat à l'aide d'un nombre entier en effectuant un arrondi). Commenter.

Exercice 3.

Dans le but de réduire les accidents mortels dus à l'alcool, la police d'une région a analysé les rapports de 175 accidents mortels dans lesquels le taux d'alcoolémie du conducteur était supérieur à la limite autorisée. Parmi d'autres informations, le jour de la semaine où l'accident est intervenu a été noté. Les résultats sont les suivants :

| Jour de la semaine | lundi | mardi | mercredi | jeudi | vendredi | samedi | dimanche |
|--------------------|-------|-------|----------|-------|----------|--------|----------|
| Nombre d'accidents | 36 | 20 | 17 | 22 | 21 | 26 | 33 |

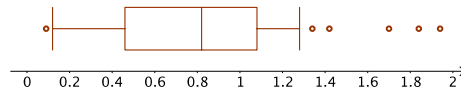
Il semble à première vue que la proportion d'accidents mortels impliquant l'alcool soit plus importante le week-end.

- Calculer les fréquences f_1, f_2, \dots, f_7 associées aux sept jours de la semaine. On donnera des fréquences arrondies à 10^{-3} près.
- Donner la probabilité théorique p de chaque jour si on suppose qu'aucun jour de la semaine n'est plus risqué que les autres en terme d'accidents mortels impliquant l'alcool.
- Calculer la valeur :

$$d_{\text{obs}}^2 = [(f_1 - p)^2 + (f_2 - p)^2 + \dots + (f_6 - p)^2 + (f_7 - p)^2]$$

puis donner 200 d_{obs}^2 .

- On répète 1 000 fois une simulation de 200 expériences modélisables par la loi équirépartie sur l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ et on obtient une série de 1 000 valeurs de 200 d^2 représentée par son diagramme en boîte.



Les résultats du tableau sont-ils compatibles avec une distribution équirépartie ? On justifiera soigneusement le raisonnement et les calculs éventuels.

Exercice 4.

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne. Elle révèle que 40 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques et le reste pour diverses raisons.

Sur l'ensemble de la clientèle, 40 % choisit de voyager en première classe, et le reste en seconde classe.

En fait, 60 % des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20 % des clients pour raisons touristiques voyagent en première classe.

On choisit au hasard un client dans cette compagnie. On suppose que chaque client a la même probabilité d'être choisi.

On note :

- A l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles » ;
- T l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques » ;
- D l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques » ;
- V l'événement « le client interrogé voyage en première classe ».

Si E et F sont deux événements, on note $p(E)$ la probabilité que E soit réalisé, et $p_F(E)$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera \bar{E} l'événement contraire de E .

- Déterminer :

$$p(A), \quad p(T), \quad p(V), \quad p_A(V), \quad \text{et} \quad p_T(V)$$

- Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.
 - Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.
 - En déduire la probabilité que le client voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques.
- Déterminer la probabilité que le client voyage pour des raisons autres que professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.
- Soit un entier n supérieur ou égal à 2. On choisit n clients de cette compagnie aérienne de façon indépendante. On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.
 - Prouver que $p_n = 1 - (0,4)^n$.
 - A l'aide de la calculatrice, calculer les premières valeurs de p_n pour $n = 2, 3, \dots$, puis déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0,995$.