

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision du raisonnement seront prises en compte dans la notation. La calculatrice est autorisée.

**Exercice 1.**

Calculer les limites suivantes, et préciser dans chaque cas l'équation de l'asymptote s'il y en a une.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 5x + \frac{2}{x} - 3 & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 2x + 1}{6x^3 + x^2 - 2x - 2} \\ \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 2x - 1}{x - 3} \quad (\text{distinguer } x < 3 \text{ et } x > 3) & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x^2 + 1}{x^2 + 3x + 4} \end{array}$$

**Exercice 2.**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $[0; +\infty[$ , vérifiant : pour  $x \in [0; +\infty[$ ,  $f(x) \geq \sqrt{2x+1}$ .

1. Que vaut  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+1}$  ?

(On pourra calculer cette limite comme la limite d'une fonction composée).

2. En déduire la limite en  $+\infty$  de  $f$  en citant le résultat du cours approprié.

**Exercice 3.**

Calculer les dérivées des fonctions suivantes, après avoir précisé le domaine de dérivation :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } h_1 : x \mapsto 2x^7 + \frac{3}{x} & \text{c) } h_3 : x \mapsto \frac{x^2 + 3x - 2}{x^2 + 1} \\ \text{b) } h_2 : x \mapsto \frac{3x^4 - 2x + 1}{4} & \text{d) } h_4 : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 3\sqrt{x}} \end{array}$$

**Exercice 4.**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ , et  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$ .

1. Déterminer l'équation de la tangente  $\mathcal{T}$  à  $\mathcal{C}_f$  en 2.

2. Montrer que  $x^3 - 3x^2 + 4 = (x+1)(x-2)^2$ .

3. En déduire les coordonnées du deuxième point d'intersection de  $\mathcal{T}$  et  $\mathcal{C}_f$ , puis étudier la position de  $\mathcal{C}_f$  par rapport à  $\mathcal{T}$  sur  $\mathbb{R}$  (on pourra réutiliser l'égalité du 2.).

4. Dans un repère, tracer la courbe  $\mathcal{C}_f$  ainsi que la droite  $\mathcal{T}$ .

**Exercice 5.**

Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = x^3 - 3x^2 + 6$ . Le tableau de variations de  $h$  est le suivant :

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$	
$h'(x)$	+	+	$\emptyset$	-	$\emptyset$	+
$h$						

a) Recopier et compléter le tableau de variations.

b) Montrer que l'équation  $h(x) = 0$  n'admet pas de solution sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .

c) Montrer que l'équation  $h(x) = 0$  admet une unique solution sur l'intervalle  $[-2; 0]$ .

d) A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  de cette solution.