

**Exercice 1.** Une entreprise vend des calculatrices d'une certaine marque. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pouvaient présenter deux types de défauts, l'un lié au clavier et l'autre lié à l'affichage.

Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :

- La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à 0,04.
- En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est de 0,03.
- En l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94.

On note  $C$  l'événement « la calculatrice présente un défaut de clavier » ;  $A$  l'événement « la calculatrice présente un défaut d'affichage ».

On notera  $p(E)$  la probabilité de l'événement  $E$ . L'événement contraire de  $E$  sera noté  $\bar{E}$ .

$p_F(E)$  désignera la probabilité conditionnelle de l'événement  $E$  par rapport à l'événement  $F$ .

Dans cet exercice, les probabilités seront écrites sous forme de nombres décimaux arrondis au millièème.

1. (a) Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes :

$$p_{\bar{C}}(\bar{A}) \quad ; \quad p_C(A) \quad ; \quad p(C)$$

- (b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2. On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.

- (a) Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.  
 (b) Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.  
 (c) En déduire  $p(A)$ .  
 (d) Montrer que la probabilité de l'événement « la calculatrice ne présente aucun défaut » arrondie au millièème est égale à 0,902.

3. Un client choisit au hasard trois calculatrices de cette marque.

- (a) Calculer la probabilité pour que les trois calculatrices ne présentent aucun défaut.  
 (b) Calculer la probabilité pour qu'au moins une calculatrice ait un défaut.

**Exercice 2.** Un coût marginal, exprimé en centaines d'euros par tonne, est donné par :

$$g(x) = 50 - 6x^2 + 4x^3$$

lorsque le volume de production est de  $x$  tonnes,  $x$  compris entre 0 et 5.

Déterminer le coût total de production de  $x$  tonnes sachant que les coûts fixes se montent à 2 000 €.

**Exercice 3.**  $f$  est la fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{4x^2 - 8x - 5}{(x-1)^2}$ .

1. (a) Prouver qu'on peut trouver deux nombres  $a$  et  $b$  tels que, pour tout  $x > 1$ ,  $4x^2 - 8x - 5 = a(x-1)^2 + b$  et préciser  $a$  et  $b$ .  
 (b) En déduire une autre écriture de  $f(x)$ .  
 2. (a) Déterminer une primitive de  $f$ , puis l'ensemble des primitives de  $f$  sur  $]1; +\infty[$ .  
 (b) Déterminer la primitive de  $F$  sur  $]1; +\infty[$  telle que  $F(2) = f(2)$ .  
 3. (a) Etudier les limites de  $F$  en 1 et en  $+\infty$ .  
 (b) Quelle est la dérivée de  $F$  ?  
 Etudier le sens de variation de  $F$  sur  $]1; +\infty[$  et dresser son tableau de variations.

**Exercice 4.** Calculer les intégrales suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \quad A = \int_0^2 (0,03x^2 - 2x + 1) dx & \text{(c)} \quad C = \int_{-2}^1 \frac{4}{(t-2)^2} dt & \text{(e)} \quad E = \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx \\ \text{(b)} \quad B = \int_0^2 \frac{1}{(1+t)^3} dt & \text{(d)} \quad D = \int_1^3 \left( t^2 - t + 1 - \frac{1}{t} + \frac{2}{t^2} \right) dt & \text{(f)} \quad F = \int_1^2 \left( t - \frac{1}{t} \right) dt \end{array}$$

**Exercice 5.** Sans calculatrice, simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \quad A = \ln \frac{7}{2} + \ln \frac{2}{5} + \ln \frac{5}{4} & \text{(c)} \quad C = \ln 9 + \ln 4 - 2 \ln 6 \\ \text{(b)} \quad B = \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{2^3} & \text{(d)} \quad D = \ln \frac{25}{18} - 2 \ln 5 + \ln 2 + 2 \ln 3 \end{array}$$