

BACCALAUREAT GENERAL

Avril 2011

MATHEMATIQUES

- Série ES -

ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices. Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur la copie tout trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

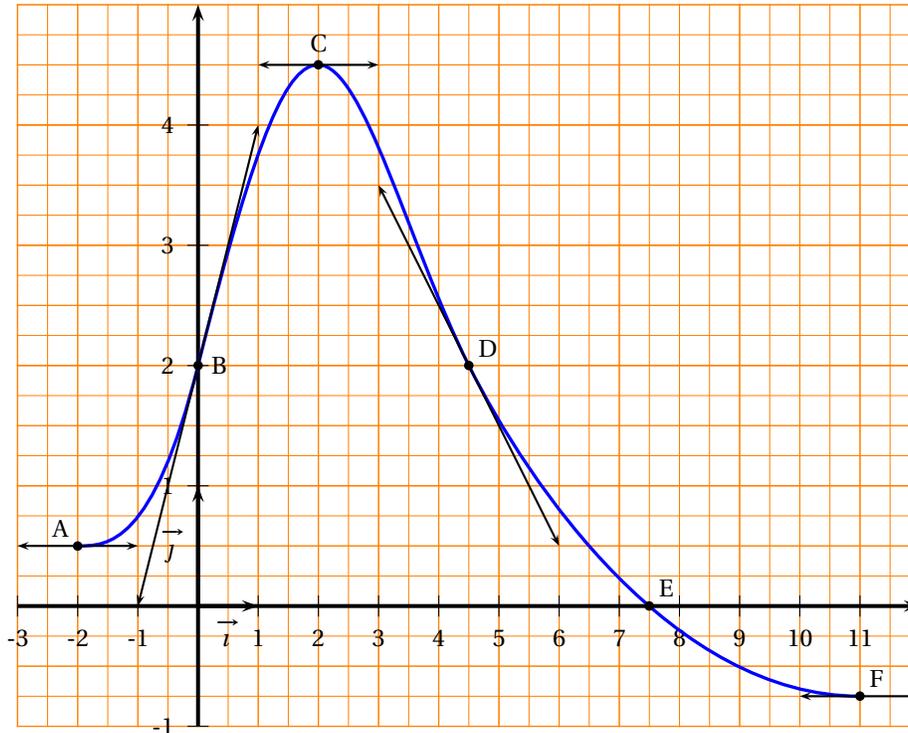
Du papier millimétré sera mis à la disposition des candidats.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 4 pages numérotées de 1 à 4.

EXERCICE 1

5 points

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2; 11]$, et on donne sa courbe représentative \mathcal{C}_f dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , figure ci-dessous.



On sait que la courbe \mathcal{C}_f passe par les points $A(-2; 0,5)$, $B(0; 2)$, $C(2; 4,5)$, $D(4,5; 2)$, $E(7,5; 0)$ et $F(11; -0,75)$.

Les tangentes à la courbe \mathcal{C}_f aux points A, B, C, D et F sont représentées sur la figure. On utilisera les informations de l'énoncé et celles lues sur la figure pour répondre aux questions.

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à 0.

1. $f'(0)$ est égal à :

A : $\frac{1}{2}$

B : 2

C : 4

2. $f'(x)$ est strictement positif sur l'intervalle :

A : $]0; 11[$

B : $]0; 7,5[$

C : $]-2; 2[$

3. Une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point D est :

A : $y = -x + 6,5$

B : $y = x - 6,5$

C : $y = -2x + 11$

4. Une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[-2; 11]$:

A : admet un maximum en $x = 2$.

B : est strictement croissante sur l'intervalle $[-2; 7,5]$.

C : est strictement décroissante sur l'intervalle $]2; 11[$.

5. La fonction $x \mapsto \ln[f(x)]$ est définie sur l'intervalle :
- A** : $[-2 ; 11]$
B : $]0 ; 11]$
C : $[-2 ; 7,5[$

EXERCICE 2**5 points**

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil.

Il a constaté, lors d'une précédente promotion, que :

- 20 % des clients achètent l'appareil photo en promotion.
- 70 % des clients qui achètent l'appareil photo en promotion achètent la carte mémoire en promotion.
- 60 % des clients n'achètent ni l'appareil photo en promotion, ni la carte mémoire en promotion.

On suppose qu'un client achète au plus un appareil photo en promotion et au plus une carte mémoire en promotion.

Un client entre dans le magasin.

On note A l'évènement : « le client achète l'appareil photo en promotion ».

On note C l'évènement : « le client achète la carte mémoire en promotion ».

1. **a.** Donner les probabilités $p(\bar{A})$ et $p(\bar{A} \cap \bar{C})$.
b. Un client n'achète pas l'appareil photo en promotion. Calculer la probabilité qu'il n'achète pas non plus la carte mémoire en promotion.
2. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3. Montrer que la probabilité qu'un client achète la carte mémoire en promotion est 0,34.
4. Un client achète la carte mémoire en promotion. Déterminer la probabilité que ce client achète aussi l'appareil photo en promotion.
5. Le commerçant fait un bénéfice de 30 € sur chaque appareil photo en promotion et un bénéfice de 4 € sur chaque carte mémoire en promotion.
a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du bénéfice par client. Aucune justification n'est demandée.

Bénéfice par client en euros	0			
Probabilité d'atteindre le bénéfice	0,6			

- b.** Pour 100 clients entrant dans son magasin, quel bénéfice le commerçant peut-il espérer tirer de sa promotion ?
6. Trois clients entrent dans le magasin. On suppose que leurs comportements d'achat sont indépendants.
 Déterminer la probabilité qu'au moins un de ces trois clients n'achète pas l'appareil photo en promotion.

EXERCICE 3**5 points**

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires du commerce équitable en France, exprimé en millions d'euros.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : $x_i \quad 1 \leq i \leq 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires du commerce équitable en millions d'euros : $y_i \quad 1 \leq i \leq 8$	12	21	37	70	120	166	210	256

(Source : M. H. leader du commerce équitable mondial)

1. **a.** En 2007, le commerce de détail en France a généré un chiffre d'affaires de 447 milliards d'euros. (Source : INSEE). En 2007, quelle est la part du chiffre d'affaires du commerce équitable par rapport à celui du commerce de détail ? (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 0,001 %).
- b.** Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires du commerce équitable en France entre 2005 et 2008 (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 %).

Dans la suite de l'exercice, on souhaite estimer en quelle année le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007.

2. Ajustement affine

- a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ ($1 \leq i \leq 8$) dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 20 millions d'euros en ordonnée ; l'origine du repère sera prise dans le coin gauche de la feuille de papier millimétré).
- b.** À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D d'ajustement de y en x . Les coefficients seront arrondis au dixième. Tracer la droite D dans le repère précédent.
- c.** En utilisant cet ajustement affine, à partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007 ?

3. Ajustement parabolique

Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'allure du nuage suggère de choisir un ajustement parabolique.

On propose d'ajuster le nuage par la parabole P d'équation $y = 3x^2 + 7x - 4$, x étant un nombre réel supérieur ou égal à 1.

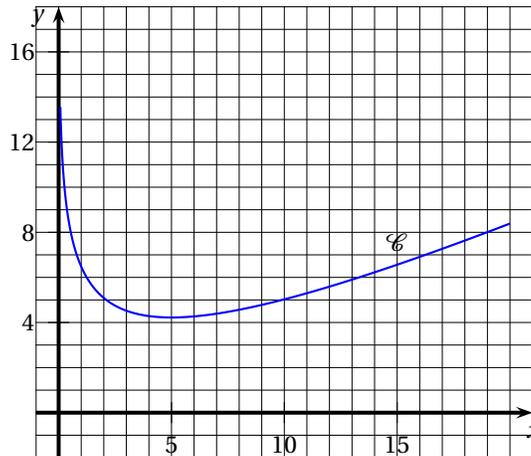
En utilisant cet ajustement, en quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007 ?

EXERCICE 4**5 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; 20]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 4 + \frac{3}{4}\ln(4x + 10) - 3\ln x.$$

On appelle \mathcal{C} la courbe ci-dessous représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

**Partie A**

- Déterminer la limite de f en 0. Quelle interprétation graphique peut-on en donner ?
- Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0 ; 20]$,

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x(2x + 5)}.$$
- Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; 20]$ et dresser son tableau de variations.

On admet que l'équation $f(x) = 6$ possède exactement deux solutions α et β dans l'intervalle $]0 ; 20]$ telles que $\alpha \approx 1,242$ et $\beta \approx 13,311$.

Partie B

Une entreprise produit au maximum 20 000 objets par jour.

On note x le nombre de milliers d'objets produits chaque jour travaillé : $x \in]0 ; 20]$.

On admet que le coût moyen de fabrication, exprimé en euros, d'un objet est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie ci-dessus.

- Pour combien d'objets produits le coût moyen de fabrication est-il minimal ?
 - Déterminer ce coût moyen minimal, arrondi au centime.
- Le prix de vente d'un objet est de 6 €. Pour quelles productions journalières l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ?
- Déterminer le bénéfice journalier, arrondi à la centaine d'euros, pour une production de 5 000 objets par jour.
- L'année suivante, le coût moyen augmente de 2 %. Le prix de vente est alors augmenté de 2 %. Le bénéfice journalier reste-t-il identique ? Justifier.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.