

La clarté de la rédaction, la présentation des calculs et la précision de l'argumentation seront prises en considération dans la notation. Les réponses insuffisamment justifiées ne seront pas prises en compte. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1.

Calculer les limites suivantes. Lorsque cela est possible, en déduire d'éventuelles asymptotes.

- | | |
|---|---|
| (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x - 5 + \frac{1}{x^3}$ | (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - \frac{4}{x-9}$ |
| (b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} 3x - 5 + \frac{1}{x^3}$ | (f) $\lim_{\substack{x \rightarrow 9 \\ x > 9}} 3 - \frac{4}{x-9}$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7x + 1 - 2x^2$ | (g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{x^3 - 2x^2 + x + 1}$ |
| (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3}{x^2} + 2$ | (h) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} 3x + 5 + \frac{7}{x} - \frac{1}{x^2}$ |

Exercice 2.

Dans chacune des configurations suivantes, préciser si l'information donnée sur la fonction f permet d'en déduire l'existence d'une asymptote à la courbe de f . Si oui, donner toutes les précisions nécessaires sur cette asymptote.

- | | |
|---|---|
| (a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = 0$ | (d) $f(x) = 3x + 2 + g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ |
| (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ | (e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ |
| (c) $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x) = -\infty$ | (f) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ |

Exercice 3.

Le but de cet exercice est de déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 5}$.

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Justifier que la limite cherchée est *a priori* une forme indéterminée.

Les questions qui suivent ont pour but de lever cette indétermination.

- Montrer que pour x différent de 0, le numérateur de f peut s'écrire sous la forme : $2x^2 \left(1 + \frac{3}{2x} - \frac{1}{2x^2}\right)$
- Factoriser de la même manière $x^2 - 2x + 5$.
- En déduire une nouvelle expression de $f(x)$, puis déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ grâce à cette nouvelle expression.

Exercice 4.

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ par $f(x) = \frac{-2x^2 + 5x - 4}{2x - 3}$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

- Vérifier que pour tout réel $x \neq \frac{3}{2}$, on a : $f(x) = -x + 1 - \frac{1}{2x - 3}$.
- Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- Justifier que \mathcal{C} admet une asymptote verticale d et une asymptote oblique d' , dont on donnera les équations respectives.
- Etudier la position de f par rapport à son asymptote d' .
- Dans un repère, tracer les asymptotes d et d' , puis la courbe \mathcal{C} .