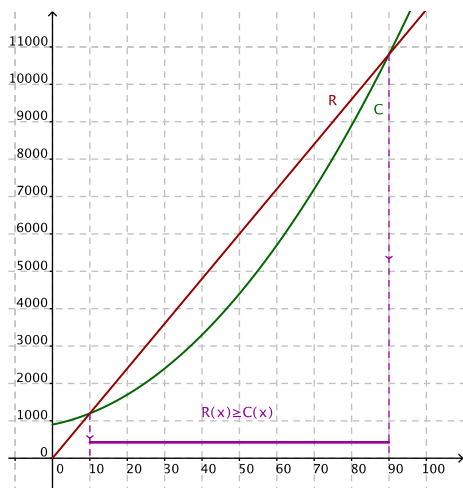


Exercice 1.

1. On complète le tableau :

x	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$C(x)$	1 025	1 200	1 700	2 400	3 300	4 400	5 700	7 200	8 900	10 800	12 900

2. Figure :

3. La recette $R(x)$ est égale à $R(x) = 120x$.

4. Le bénéfice est la différence entre la recette de la vente et le coût de production :

$$B(x) = R(x) - C(x) = 120x - (x^2 + 20x + 900) = -x^2 + 100x - 900$$

5. La production est rentable lorsque le bénéfice est positif : $B(x) \geq 0$, c'est-à-dire $-x^2 + 100x - 900 \geq 0$. On détermine le signe de ce trinôme :

$$\Delta = 100^2 - 4 \times (-1) \times (-900) = 10\,000 - 3\,600 = 6\,400 = (80)^2$$

Le trinôme $B(x)$ a donc deux racines.

$$x' = \frac{-100 - 80}{-2} = \frac{-180}{-2} = 90 \quad \text{et} \quad x'' = \frac{-100 + 80}{-2} = \frac{-20}{-2} = 10$$

Comme $a = -1$ est négatif, le signe de $B(x)$ est donné par :

x	$-\infty$	10	90	$+\infty$	
Signe de $B(x)$	-	\emptyset	+	\emptyset	-

 $B(x)$ est donc positif lorsque x est compris entre 10 et 90, autrement dit

$$\mathcal{S} = [10; 90].$$

6. Un bénéfice positif correspond à une recette supérieure au coût de fabrication, c'est-à-dire $R(x) \geq C(x)$. Graphiquement, on résout cette équation en cherchant les abscisses des points pour lesquels la courbe de R (la droite) est au-dessus de la courbe de C (la parabole). On retrouve que la droite est au-dessus de la parabole sur l'intervalle $[10; 90]$.**Exercice 2.**1. Il faut déterminer le signe du trinôme $-2x^2 - 7x + 15$, et plus précisément déterminer pour quelles valeurs de x cette quantité est positive. On commence par calculer le discriminant et les racines éventuelles.

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \times (-2) \times 15 = 49 + 8 \times 15 = 49 + 120 = 169 = 13^2$$

Il y a deux racines, données par

$$x' = \frac{7 - 13}{-4} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x'' = \frac{7 + 13}{-4} = \frac{20}{-4} = -5$$

Comme il y a deux racines, on sait que le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines, et du signe de $-a$ entre les racines. Or, ici $a = -2$ est négatif. D'où le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	-5	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
Signe de $-2x^2 - 7x + 15$	-	\emptyset	+	\emptyset	-

Conclusion : $-2x^2 - 7x + 15$ est strictement positif lorsque x est strictement compris entre -5 et $\frac{3}{2}$, c'est-à-dire : $\mathcal{S} = \left] -5; \frac{3}{2} \right[$.2. Résoudre $x = \frac{5}{x} + 4$ revient à résoudre

$$x^2 = 5 + 4x$$

en multipliant l'équation par x , c'est-à-dire encore

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Les solutions sont les racines du trinôme $x^2 - 4x - 5$. On peut alors calculer le discriminant.

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 16 + 20 = 36 = 6^2$$

Il y a donc deux racines,

$$x' = \frac{4 - 6}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \text{et} \quad x'' = \frac{4 + 6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Il y a donc deux solutions, $\mathcal{S} = \{-1; 5\}$.NB : On vérifie que $\frac{5}{5} + 4 = 1 + 4 = 5$ et $\frac{5}{-1} + 4 = -5 + 4 = -1$, donc 5 et -1 sont bien tous les deux solution de l'équation $x = \frac{5}{x} + 4$.

Exercice 3.

Comme l'effectif de la classe $[17; 19[$ est égal à 2, on en déduit que l'effectif d'une unité d'aire est égal à 0,5 (le rectangle associé à la classe $[17; 19[$ fait 4 unités d'aires puisque sa largeur est égale à 2, et sa hauteur aussi).

Pour chaque classe, on détermine alors l'aire du rectangle associé, et on multiplie par 0,5 pour obtenir l'effectif.

Classe	$[4; 10[$	$[10; 12[$	$[12; 15[$	$[15; 17[$	$[17; 19[$	$[19; 29]$
Aire	$6 \times 3 = 18$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 6 = 18$	$2 \times 5 = 10$	$2 \times 2 = 4$	$10 \times 1 = 10$
Effectif	9	5	9	5	2	5

Exercice 4.

1. (a) La première série comporte 40 valeurs. Comme 40 est pair, la médiane correspond à la moyenne entre la 20^e et la 21^e valeurs de la série, donc

$$M_e = \frac{265 + 265}{2} = 265$$

$\frac{1}{4} \times 40 = 10$ donc le premier quartile Q_1 est la 10^e valeur de la série, soit

$$Q_1 = 262$$

$\frac{3}{4} \times 40 = 30$ donc le troisième quartile Q_3 est la 30^e valeur de la série, soit

$$Q_3 = 266$$

La deuxième série comporte 36 valeurs. La médiane est donc la moyenne entre la 18^e et la 19^e valeurs, soit

$$M_e = \frac{269 + 270}{2} = 269,5$$

$\frac{1}{4} \times 36 = 9$ donc le premier quartile Q_1 est la 9^e valeur de la série, soit

$$Q_1 = 267$$

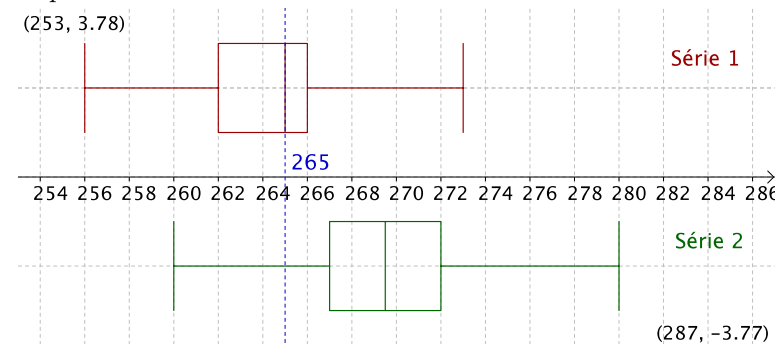
$\frac{3}{4} \times 36 = 27$ donc le troisième quartile Q_3 est la 27^e valeur de la série, soit

$$Q_3 = 272$$

- (b) Par définition, l'intervalle inter-quartile est l'intervalle $[Q_1; Q_3]$, et l'écart inter-quartile est $Q_3 - Q_1$.

Pour la première série, on a $[Q_1; Q_3] = [262; 266]$, l'écart inter-quartile vaut 4. Pour la deuxième série, $[Q_1; Q_3] = [267; 272]$, il vaut 5.

2. (a) On construit les deux diagrammes en boîte (ou diagrammes à moustaches) sur le même axe gradué avec les mêmes graduations, pour pouvoir ensuite les comparer.



- (b) Les machines sont théoriquement calibrées à 265 grammes. Sachant cela, la machine qui semble la mieux réglée est la machine 1, puisque les valeurs prises sont mieux réparties autour de 265. Entre autres, la médiane de la série est égale à 265. De plus, pour la deuxième série, le premier quartile est déjà plus grand que la valeur des 265 grammes; cela signifie que plus des trois quarts des paquets auront un poids supérieur au poids réglé. Le déséquilibre est important.

3. La moyenne \bar{x} se calcule par :

$$\bar{x} = \frac{260 + 262 + 263 + 264 \times 2 + \dots + 277 \times 2 + 279 + 280}{36} \approx 269,97$$

en arrondissant à deux chiffres après la virgule.

La variance V est obtenue par la formule :

$$V = \frac{260^2 + 262^2 + 263^2 + 264^2 \times 2 + \dots + 277^2 \times 2 + 279^2 + 280^2}{36} - 269,97^2$$

$$V \approx 22,50$$

On calcule alors l'écart-type, qui est la racine carrée de la variance :

$$s = \sqrt{V} \approx 4,74$$