

Exercice 1.

a) VRAI. Coefficient multiplicateur global :

$$CM = \left(1 + \frac{4}{100}\right) \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 1,04 \times 0,95 = 0,988. \text{ Ce coefficient est plus petit que } 1, \text{ il s'agit donc d'une diminution, de } t = (1 - 0,988) \times 100 = 1,2\%.$$

b) VRAI. Coefficient multiplicateur global : $CM = \left(1 + \frac{25}{100}\right) \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 1,25 \times 0,80 = 1$. Les deux opérations se compensent donc.

c) FAUX. Notons c la longueur du côté du carré. Le périmètre p vaut $p = 4c$. Le périmètre subit donc la même évolution que la longueur du côté, il diminue de 10%.

d) FAUX. Le coefficient multiplicateur de la réduction de 20% est 0,8. Pour revenir au prix avant réduction, il faut calculer $\frac{28}{0,8} = 35$ euros, et non pas 36,88.

e) VRAI. Coefficient d'une diminution de 1% : 0,9. Coefficient multiplicateur global des 28 diminutions successives : $CM = (0,9)^{28} \approx 0,75$ ce qui correspond à une diminution de 25% environ.

Exercice 2.

1. Avant réduction salariale, un employé touche 1 408 € (et il y a a employés), un technicien coûte 2 816 € (il y en a b) et un cadre touche 4 224 € (il y en a c). La masse salariale mensuelle étant égale à 76 032 €, cela nous donne une première équation :

$$1\,408a + 2\,816b + 4\,224c = 76\,032$$

On remarque que cette équation se divise par 1 408, et on obtient $a + 2b + 3c = 54$. Toujours avant restrictions, le salaire mensuel moyen est 1 728 €. Cela signifie que si la masse salariale mensuelle était répartie équitablement entre les $a + b + c$ salariés, chacun toucherait 1 728 €. Autrement dit

$$1\,728(a + b + c) = 76\,032$$

Cette équation se simplifie par 1 728, et on obtient $a + b + c = 44$.

Enfin, des suites des restrictions économiques, on réduit la masse salariale de 2%. Cela constitue une économie de $0,02 \times 76\,032$ €. Cette économie est répartie entre 1% de la masse salariale des employés, soit $0,01 \times 1\,408a$, 3% de la masse salariale des techniciens, soit $0,03 \times 2\,816b$, et 6% de la masse salariale des cadres, soit $0,06 \times 4\,224c$. Ainsi,

$$0,01 \times 1\,408a + 0,03 \times 2\,816b + 0,06 \times 4\,224c = 0,02 \times 76\,032$$

De même que la première équation, cette équation se simplifie par 1 408. En la multipliant par 100, on obtient $a + 6b + 18c = 108$.

Finalement, le triplet (a, b, c) est solution du système
$$\begin{cases} a + b + c = 44 \\ a + 2b + 3c = 54 \\ a + 6b + 18c = 108 \end{cases}.$$

2. Résolution du système : On élimine d'abord X dans la deuxième et la troisième équations en leur soustrayant la première équation ($L_2 \leftarrow L_2 - L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 - L_1$). On obtient respectivement $Y + 2Z = 10$ et $5Y + 17Z = 64$. On soustrait alors cinq fois la deuxième équation à la troisième ($L_3 \leftarrow L_3 - 5L_2$) pour éliminer Y dans la troisième équation, qui devient : $7Z = 14$. D'où $Z = 2$, puis $Y = 10 - 4 = 6$, et enfin $X = 44 - 6 - 2 = 36$.

Finalement, l'entreprise compte 36 employés, 6 techniciens et 2 cadres.

Exercice 3.

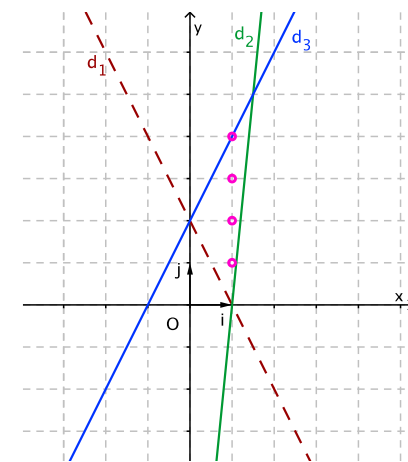
a) Les droites frontières associées au système sont d_1 d'équation $y = -2x + 2$, d_2 d'équation $y = 10x - 10$, et d_3 d'équation $y = 2x + 2$.

b) Le domaine solution est le domaine triangulaire délimité par les trois droites.

Les frontières d_2 et d_3 font partie du domaine solution, mais pas d_1 .

c) Le domaine contient 4 points à coordonnées entières : $(1; 1)$, $(1; 2)$, $(1; 3)$ et $(1; 4)$.

Attention : d_1 est exclue, ce qui exclut les points de coordonnées $(0; 2)$ et $(1; 0)$.

**Exercice 4.**

On note tout d'abord que x et y sont des nombres entiers positifs.

Le scanner ne peut pas être utilisé plus de 9 heures par jour, soit 540 minutes. Ce temps d'utilisation se décompose en 30 minutes par patient du service A (x patients A) et 15 minutes par patient du service B (y patients B). Ceci se traduit par la contrainte $30x + 15y \leq 540$, soit $2x + y \leq 36$.

La radio ne peut pas être utilisée plus de 10 heures par jour. Or, elle est utilisée 20 minutes par patient A et 20 minutes par patient B. Ceci conduit à la contrainte : $20x + 20y \leq 600$, soit $x + y \leq 30$.

Le nombre de patients des services A et B sont donc les couples $(x; y)$ d'entiers naturels vérifiant le système de contraintes

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 36 \\ x + y \leq 30 \end{cases}$$