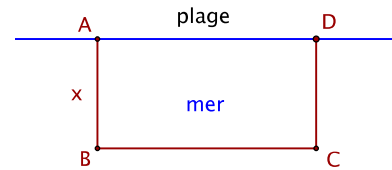


On apportera le plus grand soin à la qualité de l'argumentation et de la rédaction.

Exercice 1.

Les moniteurs d'une colonie de vacances désirent délimiter une surface de baignade rectangulaire la plus grande possible, en installant une ligne de bouées de 80 mètres de long. On modélise la situation de la façon suivante : le bord de la plage est supposé rectiligne, et $ABCD$ est un rectangle. On note x la longueur AB en mètres.



1. Exprimer l'aire du rectangle $ABCD$ en m^2 en fonction de x .
2. En déduire la valeur de x pour laquelle cette aire est maximum. Quelle est la valeur de ce maximum ?

Exercice 2.

Une entreprise industrielle fabrique un produit chimique à l'état liquide. On désigne par x la quantité produite exprimée en milliers de litres.

Lorsque x appartient à $[5; 20]$, le coût moyen de production $f(x)$ exprimé en milliers d'euros est donné par

$$f(x) = 0,08x + 2 + \frac{3}{x}$$

\mathcal{C} est la courbe représentant f dans un repère orthogonal (unités graphiques : en abscisses 1 cm pour 2,5 milliers de litres, en ordonnées 1 cm pour 1 millier d'euros).

1. (a) Tracer dans le même repère la courbe \mathcal{C} et la droite d d'équation $y = 0,08x + 2$.
(b) Démontrer que \mathcal{C} est au-dessus de la droite d .
2. Ce produit chimique est vendu 0,32 € le litre. À l'aide du graphique précédent, déterminer la quantité de produit pour laquelle la production est rentable.
3. Grâce à une baisse du prix des matières premières, le coût moyen est diminué de 500 €.
 - (a) Exprimer le nouveau coût moyen $f_1(x)$ à l'aide de $f(x)$.
 - (b) Dans le même repère que précédemment, tracer la courbe \mathcal{C}_1 représentant la fonction f_1 .
 - (c) Déterminer graphiquement la quantité de produit pour laquelle la production est rentable dans ces nouvelles conditions.
4. On revient à la situation de la question 2. Grâce à un gain de productivité, pour un coût de production donné on fabrique 2000 litres de produit en plus.
 - (a) Justifier que le nouveau coût moyen $f_2(x)$ est défini sur $[7; 22]$ par $f_2(x) = f(x - 2)$.
 - (b) Tracer la courbe \mathcal{C}_2 représentant la fonction f_2 .
 - (c) En déduire la quantité de produit pour laquelle la production est rentable dans ces nouvelles conditions.

Exercice 3.

Dans chaque cas, déterminer quelle est l'image de x par la fonction f correspondant à u suivie de v .

- (a) $u(x) = 3x - 1$ pour $x \in \mathbb{R}$, $v(x) = -5x + 2$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- (b) $u(x) = -5x + 2$ pour $x \in \mathbb{R}$, $v(x) = 3x - 1$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- (c) $u(x) = \sqrt{x}$ pour $x \in [0; +\infty[$, $v(x) = x^2 + 1$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- (d) $u(x) = 2x - 5$ pour $x \in \left] -\infty; \frac{5}{2} \right[\cup \left] \frac{5}{2}; +\infty \right[$, $v(x) = \frac{1}{x}$ pour $x \in \mathbb{R}^*$.

Exercice 4.

Décomposer la fonction f comme une composée de deux fonctions usuelles u et v que l'on précisera.

- (a) $f(x) = 3\sqrt{x} - 10$
- (b) $f(x) = \sqrt{2x - 5}$
- (c) $f(x) = \frac{1}{2}(2x + 3)^2 - 5$
- (d) $f(x) = \frac{1}{3x + 6} + 2$