

Exercice 1.

1. De 2000 à 2001, le pouvoir d'achat a augmenté de 3,3 % (d'après le tableau). L'indice a donc évolué de la même manière entre 2000 et 2001. Or, l'indice en 2000 est égal à 100, donc l'indice associé à 2001 est égal à 103,3. On remplit le tableau :

Année	2000	2001	2002	2003
Taux d'évolution en pourcentage	—	3,3	5,4	6,6
Indice par rapport à l'année 2000	100	103,3	105,4	106,6

2. Evolution en pourcentage de 2000 à 2001 : +3,3 %.

$$\text{Evolution de 2001 à 2002 : } \frac{105,4 - 103,3}{103,3} \times 100 = 2,03 \%$$

$$\text{Evolution de 2002 à 2003 : } \frac{106,6 - 105,4}{105,4} \times 100 = 1,14 \%$$

Autre méthode : Les coefficients multiplicateurs se multiplient. Or, le coefficient multiplicateur global de l'évolution de 2000 à 2002 est $CM_{2000/2002} = 1 + \frac{5,4}{100} = 1,054$. On sait aussi que le coefficient multiplicateur de l'évolution de 2000 à 2001 est $CM_{2000/2001} = 1 + \frac{3,3}{100} = 1,033$. Il nous manque le coefficient multiplicateur de l'évolution de 2001 à 2002, noté $CM_{2001/2002}$. Or, on sait que

$$CM_{2000/2001} \times CM_{2001/2002} = CM_{2000/2002}$$

d'où $CM_{2001/2002} = \frac{CM_{2000/2002}}{CM_{2000/2001}}$. On obtient $CM_{2001/2002} = \frac{1,054}{1,033} \approx 1,0203$, soit une augmentation d'environ 2,03 % entre 2001 et 2002.

De la même manière, $CM_{2002/2003} = \frac{CM_{2000/2003}}{CM_{2000/2002}} = \frac{1,066}{1,054} \approx 1,0114$, d'où une augmentation d'environ 1,14 % entre 2002 et 2003.

Exercice 2.

1. Il y a au maximum 55 % des adhérents qui pratiquent soit le tennis, soit le tir à l'arc (dans le cas où ces deux sports n'ont aucun adhérent en commun ; sinon, ce pourcentage est plus petit). Il y a donc au minimum 45 % des adhérents qui ne pratiquent aucun de ces deux sports (réponse b).
2. Il y a deux cas extrêmes, selon la proportion de filles ajoutées en doublant l'effectif de la classe : si on n'ajoute aucune fille, le nombre de filles reste le même, alors que l'effectif total est multiplié par 2 : le pourcentage de fille est donc divisé par 2, soit 10 %. Si au contraire on n'ajoute que des filles, le nombre de filles correspond à la moitié de l'effectif final (soit 50 %) qui vient des filles « ajoutées », plus les filles déjà présentes, qui représentent désormais 10 % du total (cf situation précédente). Ces pourcentages s'ajoutent, ce qui fait au final un pourcentage de 60 %. Entre ces deux cas, toutes les situations intermédiaires sont possibles. Réponse c.

3. Par proportionnalité, on obtient $1\,100 \times \frac{150}{1\,000} = 165$. Réponse a.

Autre interprétation : si la valeur augmente de 10 % (passage de 1 000 à 1 100), l'indice augmente également de 10 % (passage de 150 à 165).

Exercice 3.

Coefficient multiplicateur de l'augmentation de 10,3 % : $CM_1 = 1 + \frac{10,3}{100} = 1,103$.

Coefficient multiplicateur de la diminution de 9 % : $CM_2 = 1 - \frac{9}{100} = 0,91$.

Coefficient multiplicateur global : $CM = CM_1 \times CM_2 = 1,103 \times 0,91 = 1,00373$.

Ce coefficient multiplicateur correspond à une augmentation, de $t = (CM - 1) \times 100 = 0,373$, soit une hausse de $\boxed{0,4 \%$ environ.

Rappel : Il s'agit d'une augmentation lorsque le coefficient multiplicateur global est plus grand que 1, d'une diminution lorsqu'il est plus petit que 1.

Exercice 4.

On désigne par x le nombre de camions de sable à utiliser, et y le nombre de camionnettes. x et y sont des entiers positifs.

La quantité de sable livrée, en tonnes, est supérieure ou égale à 30. Elle est répartie en 6 tonnes par camion (x camions) et 2 tonnes par camionnette (y camionnettes), d'où l'inéquation $6x + 2y \geq 30$.

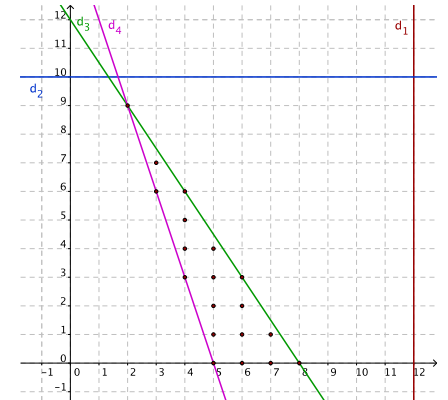
Le prix de la livraison, en euros, doit rester inférieur à 240 €. Or la livraison revient à 30 € par camion et 20 € par camionnette, d'où la contrainte $30x + 20y \leq 240$.

Enfin, il n'y a que 12 camions, et on ne peut effectuer qu'un seul aller-retour avec chaque véhicule, donc la livraison ne peut pas utiliser plus de 12 camions : $x \leq 12$. De la même manière, le nombre de camionnettes est limité à 10, donc $y \leq 10$.

Finalement, après avoir simplifié la première inéquation par 2 et la deuxième inéquation par 10, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} x \leq 12 \\ y \leq 10 \\ 3x + 2y \leq 24 \\ 3x + y \geq 15 \end{cases}$$

NB : La résolution graphique de ce système conduit au graphique suivant : On dénombre 19 points à coordonnées entières positives, donc 19 couples de solutions.



Exercice 5.

1. A appartient à \mathcal{P} si et seulement si $f(1) = 2$, si et seulement si ses coordonnées $(x_A; y_A)$ vérifient l'équation de \mathcal{P} , si et seulement si $y_A = ax_A^2 + bx_A + c$, ce qui se traduit par $2 = a + b + c$.
2. De la même manière, B appartient à \mathcal{P} si et seulement si $7 = 3^2a + 3b + c$ ssi $9a + 3b + c = 7$, et C appartient à \mathcal{P} ssi $4 = (-2)^2a - 2b + c$ ssi $4a - 2b + c = 4$. Les trois points appartiennent simultanément à \mathcal{P} si le système suivant est vérifié :

$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 7 \\ 4a - 2b + c = 4 \end{cases}$$

3. Pour résoudre le système, on commence par éliminer c dans la deuxième et la troisième équation en leur soustrayant la première équation :

$$\begin{cases} c + b + a = 2 \\ 2b + 8a = 5 & L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ -3b + 3a = 2 & L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{cases}$$

On élimine ensuite b de la troisième équation en multipliant cette troisième équation par deux, puis en lui ajoutant trois fois la deuxième équation :

$$\begin{cases} c + b + a = 2 \\ 2b + 8a = 5 \\ 30a = 19 & L_3 \leftarrow 2L_3 + 3L_2 \end{cases}$$

De la dernière équation, on tire $a = \frac{19}{30}$. On a ensuite

$$2b = 5 - 8a = 5 - \frac{76}{15} = -\frac{1}{15}$$

d'où $b = -\frac{1}{30}$. Enfin, on obtient c en revenant à la première équation :

$$c = 2 - a - b = 2 - \frac{19}{30} + \frac{1}{30} = \frac{42}{30} = \frac{7}{5}$$

La résolution de ce système conduit finalement au triplet solution $\left(\frac{19}{30}; -\frac{1}{30}; \frac{7}{5}\right)$ correspondant aux paramètres a , b et c . L'expression de f est alors

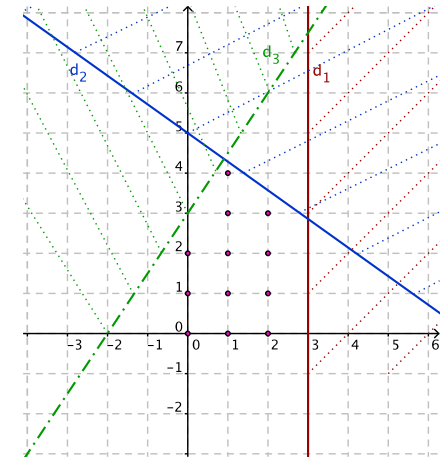
$$f(x) = \frac{19}{30}x^2 - \frac{1}{30}x + \frac{7}{5}$$

Exercice 6.

1. Le système équivaut à

$$\begin{cases} x < 3 \\ y \leq -\frac{5}{7}x + 5 \\ y < \frac{3}{2}x + 3 \end{cases}$$

On représente les droites frontières d_1 d'équation $x = 3$, d_2 d'équation $y = -\frac{5}{7}x + 5$, et d_3 d'équation $y = \frac{3}{2}x + 3$. Les solutions correspondent aux coordonnées des points se trouvant sous la droite d_2 (d_2 incluse), à gauche de la droite d_1 (d_1 incluse), et sous la droite d_3 (d_3 exclue), mais aussi au-dessus de l'axe des abscisses et à droite de l'axe des ordonnées, puisqu'on se limite aux solutions $(x; y)$ avec x et y entiers **naturels**. Il y a 12 points correspondant à 12 couples solutions.



2. Le système équivaut à

$$\begin{cases} y \geq -1 \\ y \leq 3x \\ y \leq -\frac{5}{2}x + 5 \end{cases}$$

On représente les droites frontières d_1 d'équation $y = -1$, d_2 d'équation $y = 3x$, et d_3 d'équation $y = -\frac{5}{2}x + 5$. Les solutions correspondent aux coordonnées des points se trouvant dans le triangle délimité par les trois droites, frontières incluses. Il y en a 5 qui sont à coordonnées entières **ET** positives.

