

Exercice 1.

La fonction f est définie comme un quotient, elle existe donc lorsque son dénominateur est non nul, c'est-à-dire lorsque $4x - 12 \neq 0$. Or, $4x - 12 = 0$ équivaut à $4x = 12$ équivaut à $x = 3$.

D'où $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{3\} =]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$.

La fonction g est définie lorsque $1 - 5x \neq 0$, c'est-à-dire $5x \neq 1$, c'est-à-dire $x \neq \frac{1}{5}$.

D'où $\mathcal{D}_g = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{5} \right\} =]-\infty; \frac{1}{5}[\cup]\frac{1}{5}; +\infty[$.

La fonction h est définie lorsque $6x \neq 0$, c'est-à-dire $x \neq 0$.

D'où $\mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

Exercice 2.

1. (a) Pour la première option, tant que la durée de la location reste inférieure à une semaine (c'est-à-dire x inférieur à 7), la location coûte 150 euros. Cela se traduit par : pour $0 \leq x \leq 7$, $f(x) = 150$.

Ensuite, il faut ajouter 25 euros par jour supplémentaire. Or, il y a $x - 7$ jours supplémentaires au-delà d'une semaine. On ajoute donc $25(x - 7)$ lorsque $x > 7$. D'où $f(x) = 150 + 25(x - 7)$ pour $x > 7$.

- (b) Pour 3 jours, on se réfère à la première expression : $f(3) = 150$.

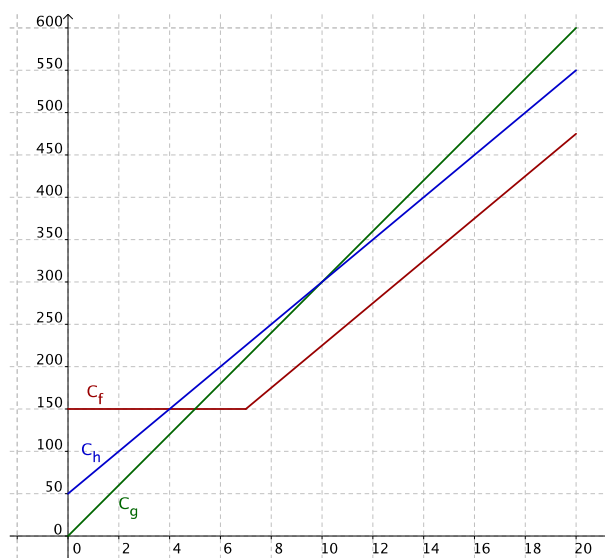
Pour 12 jours, on se réfère à la deuxième expression : $f(12) = 150 + 25(12 - 7) = 150 + 25 \times 5 = 150 + 125 = 275$.

2. Dans la deuxième option, le prix est proportionnel au nombre de jours de location : $g(x) = 30x$.

Dans la troisième option, on paie de toute façon 50 euros, auxquels on ajoute 25 euros par jour. D'où $h(x) = 50 + 25x$.

3. Voir le graphique ci-contre.

N.B. : Ne pas omettre de donner un nom à chacune des courbes. On appelle \mathcal{C}_f la courbe associée à la fonction f , \mathcal{C}_g pour g , etc. On peut aussi faire le choix d'indiquer le nom des différentes options : \mathcal{C}_f correspond à l'option O_1 , \mathcal{C}_g à l'option O_2 , etc.



4. Pour un jour x donné, l'option la plus avantageuse est celle dont la courbe est la plus basse. On voit alors que pour moins de 5 jours, l'option 2 est la plus intéressante. Pour 5 jours exactement, on peut choisir indifféremment l'option 2 ou l'option 1. Pour plus de 5 jours, l'option 1 est la plus avantageuse. On remarque que l'option 3 n'est jamais intéressante.

Exercice 3.

- a) Les trois nombres mis en jeu sont positifs, et la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$. Donc les carrés de ces trois nombres sont rangés dans le même ordre que les nombres, c'est-à-dire $(1, 2)^2 \leq x^2 \leq (1, 4)^2$.
- b) Les trois nombres mis en jeu sont négatifs, et la fonction carré est décroissante sur $] -\infty; 0]$. Donc les carrés de ces trois nombres sont rangés dans l'ordre inverse par rapport à l'ordre des nombres, c'est-à-dire $(-4, 3)^2 \geq x^2 \geq (-2, 7)^2$, ou encore $(-2, 7)^2 \leq x^2 \leq (-4, 3)^2$.

Exercice 4.

1. On calcule A^2 en utilisant l'identité remarquable associée au carré d'une somme :

$$A^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 3 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$$

Par ailleurs, $B^2 = (\sqrt{7 + 2\sqrt{15}})^2 = 7 + 2\sqrt{15}$.

2. On remarque que $7 + 2\sqrt{15} < 8 + 2\sqrt{15}$, donc $B^2 < A^2$.
3. On sait que A et B sont deux nombres positifs. Or, la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$. On en déduit que A^2 et B^2 sont rangés dans le même ordre que A et B . Comme $B^2 < A^2$, cela signifie que $B < A$.

Exercice 5.

1. Il suffit de placer les points dans le repère donné.
2. Pour déterminer si A , B et C sont alignés, on compare les coefficients directeurs des droites (AB) et (AC) .

Le coefficient directeur de (AB) vaut :

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1,07 - 1,04}{115 - 110} = \frac{0,03}{5} = 0,006$$

Le coefficient directeur de (AC) vaut :

$$\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{1,10 - 1,04}{120 - 110} = \frac{0,06}{10} = 0,006$$

Les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur, elles sont donc parallèles.

Donc les points A , B et C sont alignés (critère d'alignement de trois points).

On procède de même avec les points A , B et D en considérant les droites (AB) et (BD) . Le coefficient directeur de la droite (AB) est 0,006.

Le coefficient directeur de (BD) vaut :

$$\frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{1,14 - 1,07}{125 - 115} = \frac{0,07}{10} = 0,007$$

Les coefficients directeurs des droites (AB) et (BD) sont différents,

donc les points A , B et D ne sont pas alignés.

3. La fonction g est une fonction affine, on sait que son expression est du type $g(x) = ax + b$. Comme la représentation graphique de g passe par les points $B(115; 1,07)$ et $D(125; 1,14)$, on sait que $g(115) = 1,07$ et $g(125) = 1,14$. Le coefficient a peut alors être obtenu :

$$a = \frac{g(125) - g(115)}{125 - 115} = \frac{1,14 - 1,07}{125 - 115} = \frac{0,07}{10} = 0,007.$$

Remarque : Le coefficient a n'est rien d'autre que le coefficient directeur de la droite (BD) . On retrouve donc logiquement la valeur calculée à la question précédente.

On sait maintenant que g a pour expression $g(x) = 0,007x + b$. On calcule b en écrivant que $g(115) = 1,07$:

$$1,07 = 0,007 \times 115 + b$$

$$\text{donc } b = 1,07 - 0,007 \times 115 = 0,265.$$

Finalement, g a pour expression $g(x) = 0,007x + 0,265$.

4. Si on suppose que la droite (BD) approche assez bien l'ensemble des points, on se base sur cette modélisation pour estimer la surface corporelle d'une personne de 40 kg mesurant 1,5 m. On a $g(1,5) = 0,007 \times 150 + 0,265 = 1,315$ arrondi à 1,32. Selon cette estimation, la surface corporelle d'une telle personne serait d'environ 1,32 m².