

# 1 Calculs de limites

## 1.1 Les développements limités

définition d'un **DL** de la fonction  $f$  à l'ordre  $n$  en  $x_0$  :

C'est une expression de  $f$  de la forme :

$$f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + o((x - x_0)^n) \quad \text{où } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{o((x - x_0)^n)}{(x - x_0)^n} = 0 .$$

**Partie principale** : c'est le premier terme non nul du DL.

**Les DL usuels en 0**  $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + o(x^n)$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\cosh(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) \text{ ou } o(x^{2n+1})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) \text{ ou } o(x^{2n+1})$$

$$\sinh(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) \text{ ou } o(x^{2n+2})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) \text{ ou } o(x^{2n+2})$$

$$\tan(x) = x + o(x)$$

**Formule de Taylor** Pour une fonction dérivable  $n+1$  fois au voisinage de  $x_0$ .

$$\text{Taylor Young : } f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + o((x - x_0)^n)$$

Equation de la tangente en  $x_0$  et position de la courbe par rapport à la tangente.

**Bachotage** : DL à l'ordre 2 en  $x_0 = 1$  de  $f(x) = \frac{\ln(x)}{1-x}$  .

Equation de la tangente en 1 et position de la courbe par rapport à la tangente.

## 1.2 Théorèmes des croissances comparées.

Comparaison puissances, ln et exponentielle

## 1.3 Equivalents.

Définition de fonction négligeable devant une autre ; de fonction équivalente à une autre

Equivalent d'un produit ; d'un quotient.

## 2 Géométrie dans $\mathbb{R}^3$

Equations cartésiennes et paramétriques de plans affines et du plan vectoriel associé.

Equations cartésiennes et paramétriques de droites affines et vectorielles.

Formule donnant la distance d'un point à un plan.

Equations de cercles dans  $\mathbb{R}^2$  et de sphères dans  $\mathbb{R}^3$ .