

1 calcul de limites

1.1 Opérations sur les limites

Calcul direct et ses limites : $\lim (f+g)$ $\lim fg$ $\lim \frac{f}{g}$ $\lim f^g$ Formes indéterminées.

Mettre le plus grand en facteur

Utilisation de la valeur absolue pour montrer qu'une limite vaut 0.

Théorème des gendarmes.

1.2 Les développements limités

définition d'un **DL** de la fonction f à l'ordre n en x_0 :

C'est une expression de f de la forme :

$$f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + o((x - x_0)^n) \quad \text{où } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{o((x-x_0)^n)}{(x-x_0)^n} = 0 .$$

Partie principale : c'est le premier terme non nul du DL.

Les DL usuels en 0 $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + o(x^n)$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) \text{ ou } o(x^{2n+1})$$

$$\operatorname{cos}(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) \text{ ou } o(x^{2n+1})$$

$$\operatorname{sh}(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) \text{ ou } o(x^{2n+2})$$

$$\operatorname{sin}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) \text{ ou } o(x^{2n+2})$$

$$\operatorname{tan}(x) = x + o(x)$$

1.3 Formule de Taylor

Pour une fonction dérivable $n+1$ fois au voisinage de x_0 .

Taylor Young : $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + o((x - x_0)^n)$

Equation de la tangente en x_0 et position de la courbe par rapport à la tangente.

1.4 Bachotage :

DL à l'ordre 2 en $x_0 = 1$ de $f(x) = \frac{\ln(x)}{1-x}$.

Equation de la tangente en 1 et position de la courbe par rapport à la tangente.

2 Géométrie dans \mathbb{R}^2

2.1 Equations de droites dans \mathbb{R}^2

Equations cartésiennes et paramétriques d'une droite affine

Distance d'un point à une droite

Le triangle :

Hauteurs ; Orthocentre

Médianes ; Centre de gravité ou isobarycentre

Médiatrices ; Centre du cercle circonscrit

La propriété pour les médiatrices « $d(A, M) = d(B, M)$ » n'est pas au programme cette année.

Le cercle : Equation du cercle de centre C de rayon R

2.2 Bachotage

Démo de la formule donnant la distance d'un point à une droite