

1 calcul de limites

1.1 Opérations sur les limites

Calcul direct et ses limites : $\lim (f+g)$ $\lim fg$ $\lim \frac{f}{g}$ $\lim f^g$ Formes indéterminées.

Mettre le plus grand en facteur

Utilisation de la valeur absolue pour montrer qu'une limite vaut 0.

Théorème des gendarmes.

1.2 Les développements limités

définitions

définition d'un DL de la fonction f à l'ordre n en x_0 :

C'est une expression de f de la forme :

$$f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots + a_n(x - x_0)^n + o((x - x_0)^n) \quad \text{où } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{o((x-x_0)^n)}{(x-x_0)^n} = 0 .$$

Partie principale : c'est le premier terme non nul du DL.

Les DL usuels en 0 Ceux qui sont à apprendre pour cette semaine :

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

Ceux qui seront à apprendre plus tard, mais que l'on peut utiliser en exo à condition de donner les formules

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\operatorname{ch}(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) \text{ ou } o(x^{2n+1})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n}) \text{ ou } o(x^{2n+1})$$

$$\operatorname{sh}(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) \text{ ou } o(x^{2n+2})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1}) \text{ ou } o(x^{2n+2})$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + o(x^2)$$

ATTENTION : On a vu pour l'instant que les DLs au voisinage de 0, donc pas d'exercice ailleurs qu'en 0! Ah mais.

2 Géométrie dans \mathbb{R}^2

On a fait en td les exercices 1 ; 2 5 ; 6 et 8 .

2.1 Généralités

Points (géométrie affine) : coordonnées, distance.

Vecteurs (géométrie vectorielle) : coordonnées, somme (Chasles), pente

Produit scalaire. $\vec{x} \cdot \vec{y} = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \cos(\widehat{\vec{x}, \vec{y}})$ Orthogonalité

Déterminant. $\det(\vec{x}, \vec{y}) = \|\vec{x}\| \cdot \|\vec{y}\| \sin(\widehat{\vec{x}, \vec{y}})$

2.2 Equations de droites dans \mathbb{R}^2

Equations cartésiennes et paramétriques d'une droite affine

ATTENTION : Les notions de hauteurs, médianes ... n'ont pas encore été vues en cours.

On pourra cependant donner des exos de ce type à condition de rappeler ces notions.

C'est même ce genre d'exercice qu'il est préférable de donner.