

## Séries de nombres

Convergence, divergence.

Séries géométriques :  $\sum_{n=0}^{+\infty} r^n$  CV quand  $r \in ]-1; 1[$  et vaut dans ce cas  $\frac{1}{1-r}$ .

( Théorème de comparaison avec une intégrale généralisée. )

Séries de Riemann :  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$  CV quand  $\alpha > 1$  et DIV sinon.

Théorème de comparaison : Si  $0 < u_n \leq v_n$  alors  $\begin{cases} \sum u_n \text{ DIV} & \implies \sum v_n \text{ DIV} \\ \sum v_n \text{ CV} & \implies \sum u_n \text{ CV} \end{cases}$

Théorème des équivalents : Si  $0 < u_n \underset{+\infty}{\sim} v_n$  alors  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  ont même nature. DEMO

Convergence absolue

Règle de D'alembert.

Si une suite ne tend pas vers 0, alors la série correspondante diverge

**Le critère de Cauchy est hors programme.**

## Séries alternées

Toute série alternée dont « le terme général en valeur absolue est décroissant et tend vers 0 » converge

Cas particulier de  $\sum \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$

Signe de la série, majoration du reste.

BACHOTAGE : Etude de la série de terme général  $a_n = \frac{(-1)^n}{n^a + (-1)^n}$  (  $a > 0$  )