

# INFO 2018

On admet que  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} = \frac{\pi^6}{945}$  et  $\sum_{n=N+1}^{+\infty} \frac{1}{n^6} \leq \frac{1}{5N^5}$ .

1. Ecrire en métalangage ou en scilab une fonction *fin* prenant comme argument un réel *eps* avec  $10^{-10} \leq eps \leq 1$ , et renvoyant le plus petit entier naturel non nul *N* tel que  $\frac{1}{N^5} \leq eps$ .
2. Ecrire en métalangage ou en scilab une fonction *somme* prenant comme argument un réel *N* strictement positif et renvoyant une approximation décimale de  $\sum_{n=1}^N \frac{1}{n^6}$ .
3. En utilisant les deux fonctions précédentes, écrire en métalangage ou en Scilab une fonction *approxPi6* prenant comme argument un réel *eps* strictement positif et renvoyant une approximation de  $\pi^6$  à *eps* près.

# INFO 2019

les deux questions sont indépendantes

1. On souhaite obtenir un encadrement du réel  $\alpha$ , solution de l'équation  $\text{sh}(\alpha)-1=0$ , en appliquant un procédé de dichotomie. Recopier en la complétant la fonction Scilab suivante, qui prend en argument un réel strictement positif  $\varepsilon > 0$ , et renvoie deux réels *a* et *b* vérifiant  $a \leq \alpha \leq b$  et  $b - a \leq \varepsilon$ . On sait que  $\alpha$  est compris entre 0 et 1.

```
function [a,b]=dicho(eps)
```

```
    a = ...
```

```
    b = ...
```

```
    while .....
```

```
        c = (a+b)/2
```

```
        if ..... then a = c
```

```
            else b = c
```

```
        end
```

```
    end
```

```
endfunction
```

Note : la fonction *sh* s'écrit *sinh* en Scilab

2. En utilisant la fonction précédente sur machine, on trouve 0,881 comme valeur approchée de  $\alpha$ . On rappelle de plus que la suite  $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$  vérifie :

$$I_0 = \alpha, \text{ et pour tout } n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2n+2} - \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right) I_n.$$

Ecrire une fonction en Scilab ou bien en pseudo code, qui prend en entrée un entier naturel *n* et renvoie une valeur approchée de  $I_n$ .