

Cours 2020

### Partie C – Résolution approchée d'un problème de Cauchy

1. Après calculs :

$$u_{n+2} = \frac{n^2}{N^4} - \left( \frac{1}{N^2} + 1 \right) u_n + 2u_{n+1}$$

2. Pour ne pas alourdir la fonction, nous supposons que  $N \geq 2$  comme le suggère l'écriture du vecteur dans l'énoncé :  $[u_0, u_1, \dots, u_N]$ .

La fonction `cauchy(N)` en pseudo-code et en Scilab :

---

**Fonction cauchy(N)**

---

*cauchy* ← vecteur nul à  $N + 1$  composantes

*cauchy*(1) = 0

*cauchy*(2) =  $1/N$

**pour**  $i$  valant de 3 à  $N + 1$  **faire**

*cauchy*( $i$ ) ←  $2 \times$  *cauchy*( $i - 1$ ) -

$(1/N^2 + 1) \times$  *cauchy*( $i - 2$ ) +  $(i - 2)^2/N^4$

**fin**

**retourner** *cauchy*

---

```
function [cauchy]=cauchy(N)
    cauchy=zeros(1,N+1)
    cauchy(2)=1/N
    for i=3:N+1
        cauchy(i)=2*cauchy(i-1)-(1/N
^2+1)*cauchy(i-2)+(i-2)^2/N^4
    end
endfunction
```

3. En augmentant  $N$ , on échantillonne plus finement l'intervalle  $[0, 1]$  et on améliore la solution approchée.

Pour une valeur  $N$  du paramètre, on calcule un vecteur de taille  $N + 1 \underset{+\infty}{\sim} N$ . Le temps de calcul augmente linéairement en fonction de  $N$ .