

⑫ $\frac{x^5 + x^3 + x}{(x^2+1)(x^2-1)} = f(x)$ (F est impair)

$f(x) = \frac{x^5 + x^3 + x}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} = E(x) + \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{cx+d}{x^2+1}$ impair, donc d=0

$$\begin{array}{r} x^5 + x^3 + x \\ - (x^5 - x) \\ \hline x^3 + 2x \\ \vdots \end{array} \quad \begin{array}{r} x^4 - 1 \\ \hline x \\ \hline E(x) \end{array}$$

$$a = \frac{x^5 + x^3 + x}{(x^2+1)(x-1)} \Big|_{x=-1} = \frac{-3}{2(-2)} = \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{x^5 + x^3 + x}{(x^2+1)(x+1)} \Big|_{x=1} = \frac{3}{4}$$

ou multiplie par x^2+1 : $\frac{x^5 + x^3 + x}{x^2-1} = X(x^2+1) + \frac{a}{x+1}(x^2+1) + \frac{b}{x-1}(x^2+1) + cx+d$

valeurs en i : $\frac{i^5 - i^3 + i}{-2} = 0 + 0 + 0 + ci + d$
 $-\frac{1}{2} = ci + d \Rightarrow \boxed{c = -\frac{1}{2}} \text{ et } \boxed{d = 0}$

$$\begin{cases} x(t) = 3 \cos t - 2 \cos^3 t \\ y(t) = 2 \sin^3 t \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x(t+\pi) = \dots = x(t) \\ y(t+\pi) = \dots = y(t) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos(t+\pi) &= -\cos t \\ \sin(t+\pi) &= -\sin t \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x(t+\pi) = \dots = -x(t) \\ y(t+\pi) = \dots = -y(t) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} e^{i(t+\pi)} &= \cos(t+\pi) + i \sin(t+\pi) \\ e^{it} \cdot e^{i\pi} &= -e^{it} \end{aligned}$$



sym / 0

$$\begin{cases} x(t) = x(t) \\ y(t) = -y(t) \end{cases}$$



sym / Ox

On étudie sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ + sym / Ox : On obtient les pts pour $t \in [-\frac{\pi}{2}, 0]$

On a tous les pts sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ + sym / 0. On obtient les pts pour $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

on obtient les pts sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$ de longueur 2π
ou a tous les points



t	0	$\pi/4$	$\pi/2$
x'/x	$+$	0	$-$
x	1	$1/4$	0
y'/y	$+$	$+$	0
y	0	$0/2$	2

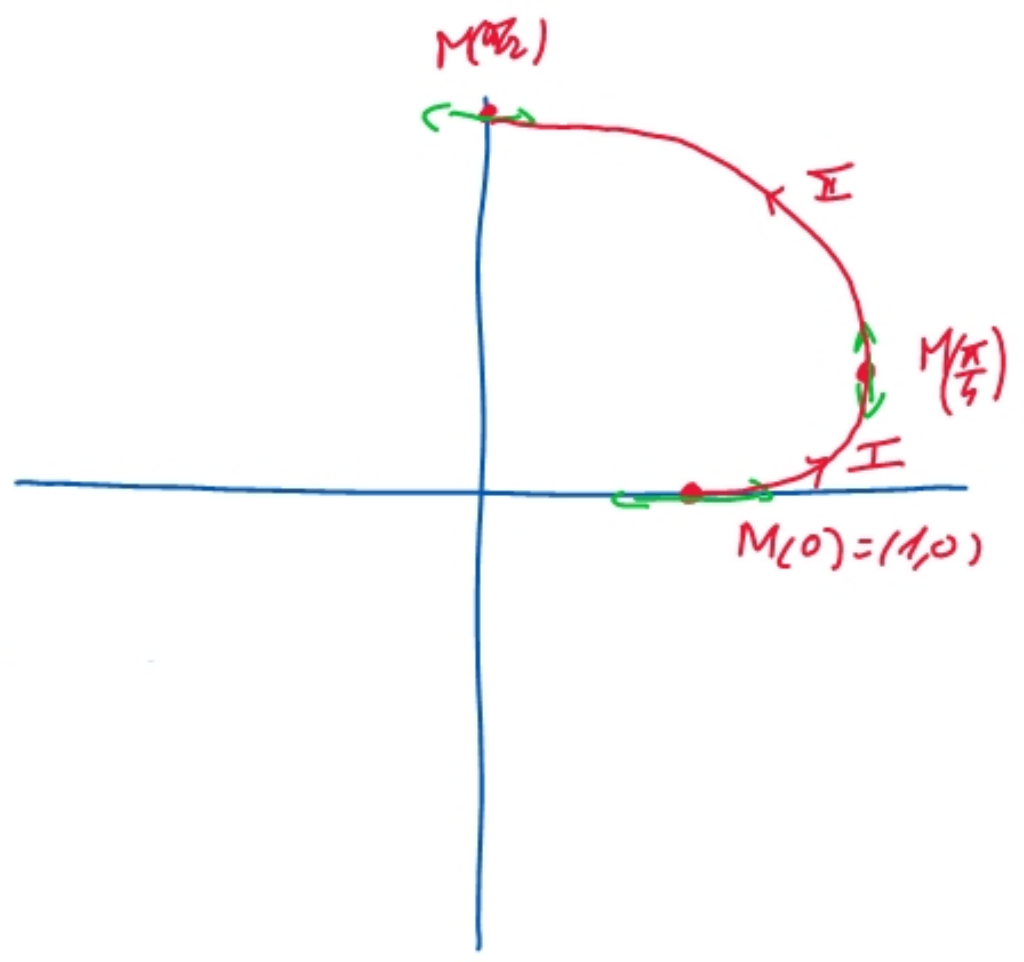
I

II

$T = (0, \pi)$

$T = (\pi, 0)$

$e_0: \lim_{t \rightarrow 0} \frac{y'}{x'}$ donne la pente



$$\bullet I = \int \frac{X}{(X^2+1)^2} dX \quad \text{choix } t = X^2+1 \quad \frac{dt}{dX} = 2X \Rightarrow \boxed{dX = \frac{dt}{2X}}$$

$$I = \int \frac{X}{t^2} \frac{dt}{2X} = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{2t} = -\frac{1}{2(X^2+1)}$$

$$\bullet I = \int \frac{1}{(X^2+1)^2} dX = \int \frac{(1+X^2) - X^2}{(X^2+1)^2} dX = \int \frac{1}{X^2+1} dX - \int \frac{X^2}{(X^2+1)^2} dX$$

(reuse 1)
(reuse 2)

$$= \operatorname{arctan} X - J$$

$$J = \int X \cdot \frac{X}{(X^2+1)^2} dX$$

I.P.P

$u = X$	$u' = 1$
$v = \frac{X}{(X^2+1)^2}$	$v' = -\frac{1}{2(X^2+1)}$

$$J = \left[-\frac{X}{2(X^2+1)} \right] + \int \frac{1}{2(X^2+1)} dX = -\frac{X}{2(X^2+1)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctan} X$$

Fin

DETERMINANT

① Déterminant d'une matrice carrée

Notation : $\left| \begin{array}{c} a_{ij} \end{array} \right|$ ← barres droites

Matrice 2-2 : $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

$\begin{vmatrix} + & - & + & \dots \\ - & + & - & + \\ + & - & + & \end{vmatrix}$

 ligne ↓ colonne ↓
 les signes s'obtiennent avec $(-1)^{i+j}$

Matrice 3-3 : $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$

 dévpt / colonne 1 + a $\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix}$ - d $\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix}$ + g $\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix}$

 mineur relatif à d

dévpt /
 ligne 2 - d $\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix}$ + e $\begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix}$ - f $\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$

Matrice 4-4: exemple

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{dépt}/ \\ \hline \text{ligne 3} \end{array} + 0 - 0 + 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} - 0$$

$$\begin{array}{l} \text{dépt}/ \\ = \\ \text{ligne 2} \end{array} 2 \left(-2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 0 + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \right)$$

$$= 2 \left(-2 \times 3 + 1 \cdot 8 \right) = 2(-6+8) = -26$$

exemple :

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{matrix} L_1 \\ L_2 - L_1 \\ L_3 \end{matrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\stackrel{\text{d'opt}}{=} -0 + 0 + 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 7$$

ligne 2

propriétés : [1] On peut ajouter à une ligne (resp^t à une colonne)
une combinaison linéaire des autres lignes (resp^t des autres colonnes)

[2] Si on remplace L_i par $2L_i$, ou C_i par $2C_i$, alors
le déterminant est multiplié par 2

ex :

$$\begin{vmatrix} 6 & 9 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2x & 3x \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$$

ex: $\begin{vmatrix} 2a & 3a \\ -a & 5a \end{vmatrix} = a^2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 2a & a & 0 \\ -a & 2a & 5a \\ 3a & a & -a \end{vmatrix} = a^3 \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\det(aA) = a^n \det(A) \quad \text{où } A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$$

