

CLC

$$\begin{aligned} B \text{ (1)} \quad f(e^{it}) &= 2e^{it} - (e^{it})^2 = 2e^{it} - e^{i2t} \\ &= 2(\cos t + i \sin t) - (\cos 2t + i \sin 2t), \\ &= \underbrace{2\cos t - \cos 2t}_{x(t)} + i \underbrace{(2\sin t - \sin 2t)}_{y(t)}, \end{aligned}$$

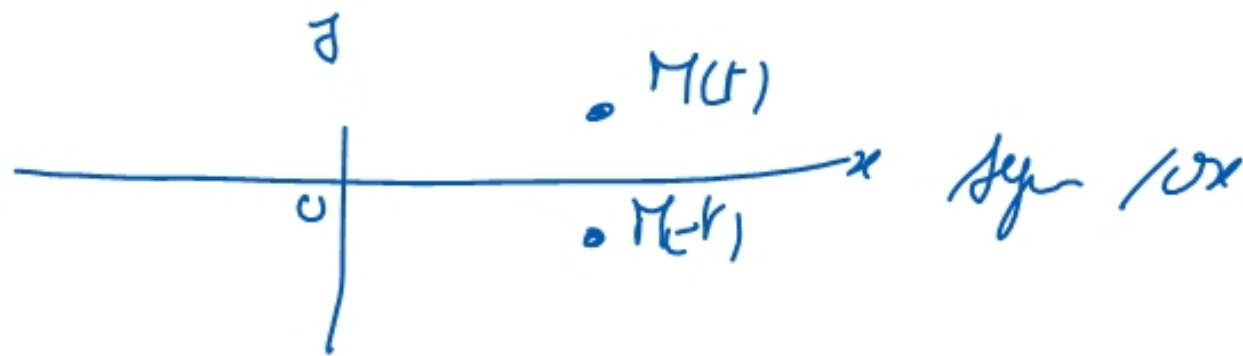
$$\begin{aligned} \text{(2a)} \quad x(t+2\pi) &= 2\cos(t+2\pi) - \cos(2t+4\pi) = 2\cos(t) - \cos(2t) = x(t), \\ y(t+2\pi) &= 2\sin(t+2\pi) - \sin(2t+4\pi) = 2\sin(t) - \sin(2t) = y(t), \end{aligned}$$

donc x et y sont 2π -périodiques

$$\begin{aligned} \text{(2b)} \quad x(-t) &= 2\cos(-t) - \cos(-2t) = 2\cos t - \cos(2t) = x(t), \\ &\quad x \text{ est pair} \end{aligned}$$

$$y(-t) = 2\sin(-t) - \sin(-2t) = -2\sin t + \sin(2t) = -y(t),$$

y est impair



2c) On étudie sur $[0, \pi]$.
 on fait la symétrie / Ox. On trouve le point pour $t \in [-\pi, 0]$
 On a tous les points pour $t \in [-\pi, \pi]$
 Il est de longueur 2π , donc on a toute la courbe

3a) x et y sont développés comme somme et composée de fonctions
 dérivables.

$$x'(t) = -2 \sin t + 2 \sin(2t) = 2(\sin(2t) - \sin(t))$$

$$= 2 \times 2 \cos\left(\frac{3t}{2}\right) \sin\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$x'(t) = 4 \cos\left(\frac{3t}{2}\right) \sin\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3t}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{3t}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \quad (t = \frac{\pi}{3} \text{ et } \pi)$$

$$\sin\left(\frac{t}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{t}{2} = k\pi \Leftrightarrow t = 2k\pi \quad (t = 0)$$

x' s'annule en $0, \frac{\pi}{3}$ et π

$$y'(t) = 2 \cos t - 2 \cos(2t) = 2(\cos t - \cos(2t)) = -4 \sin\left(\frac{3t}{2}\right) \sin\left(\frac{-t}{2}\right) = 4 \sin\left(\frac{3t}{2}\right) \sin\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{3t}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{3t}{2} = k\pi \Leftrightarrow t = \frac{2k\pi}{3} \quad (t = 0 \text{ et } \frac{2\pi}{3})$$

$$\sin\left(\frac{t}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

y' s'annule en 0 et $\frac{2\pi}{3}$

t	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$x'(t)$	0	0	$-2\sqrt{3}$	0
$x(t)$	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-3
$y'(t)$	0	$2\sqrt{3}$	0	-4
$y(t)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0

EM $\frac{2\pi}{3}$: $x'(\frac{2\pi}{3}) = 4 \cos(\frac{\pi}{3}) \sin(\frac{\pi}{3}) = -2\sqrt{3}$

$x(\frac{2\pi}{3}) = -1 - (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$

$y'(\frac{2\pi}{3}) = 0$

$y(\frac{2\pi}{3}) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

EM 0: $x'(0) = 0$

$x(0) = 2 - 1 = 1$

$y'(0) = 0$

$y(0) = 0$

EM $\frac{\pi}{3}$: $x'(\frac{\pi}{3}) = 4 \cdot 0 = 0$

$x(\frac{\pi}{3}) = 2 \cdot \frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$

$y'(\frac{\pi}{3}) = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$y(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

EM π : $x'(\pi) = 0$

$x(\pi) = -2 - 1 = -3$

$y'(\pi) = -4$

$y(\pi) = 0$

t	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π			
$x'(t)$	0	+	0	-	$-\sqrt{3}$	-	0
$x(t)$	1	\nearrow	$\frac{3}{2}$	\searrow	$\frac{1}{2}$		-3
$y'(t)$	0	+	$\sqrt{3}$	+	0	-	-4
$y(t)$	0	\nearrow	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	\searrow	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$		0

en 0: $x' = y' = 0$
 pt singulier

$$\lim_{0} \frac{y'}{x'} = \lim_{0} \frac{\sin 3t/2}{\cos 3t/2} = \frac{0}{1} = 0$$

peute 0
 fto \leftrightarrow

(5)

