

uueet

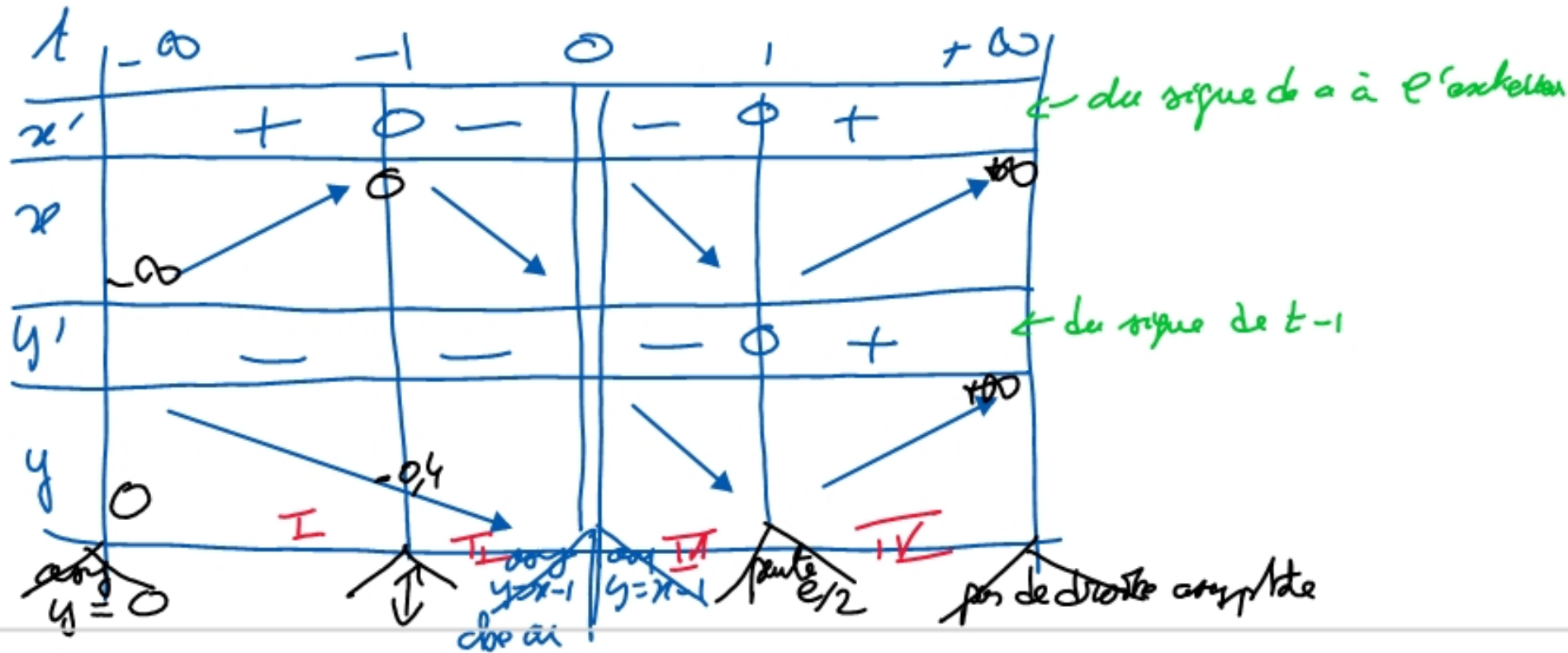
$$\begin{cases} x(t) = \frac{(1+t)^2}{t} \\ y(t) = \frac{e^t}{t} \end{cases}$$

$\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^*$ pas de période

$$x(-2) = \frac{(-1)^2}{-2} = -\frac{1}{2} \text{ et } x(2) = \frac{9}{2}$$

x est ni paire ni impaire. Les de symétrie a priori

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{2(1+t) \cdot t - (1+t)^2}{t^2} = \frac{(1+t)(2t - 1 - t)}{t^2} = \frac{(1+t)(t-1)}{t^2} \quad x'(t) = 0 \text{ en } t = \pm 1 \\ y'(t) = \frac{te^t - e^t}{t^2} = \frac{e^t(t-1)}{t^2} \text{ du signe de } t-1. \end{cases}$$



en ∞ : $x(t) = \frac{(1+t)^2}{t} \underset{+\infty}{\sim} \frac{t^2}{t} = t \rightarrow +\infty$

$y(t) = \frac{e^t}{t} \xrightarrow{-\infty} \frac{0}{\infty} = 0$

$\xrightarrow{+\infty} +\infty$ (T de comparaison de croissances)
TCC

en $-\infty$: $\begin{cases} x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 0 \end{cases}$ asymptote d'eq $y=0$

en $+\infty$ x et $y \rightarrow \infty$ $y \sim t$ - il y a une asymptote oblique?

~~$\frac{y}{x}$~~ $\frac{y}{x} = \frac{\frac{e^t}{t}}{\frac{(1+t)^2}{t}} = \frac{e^t}{(1+t)^2} \underset{+\infty}{\sim} \frac{e^t}{t^2} \rightarrow +\infty$ (TCC)

pas de droite asymptote

ça ressemble à e^x

$(1+t)^2 \underset{+\infty}{\sim} t^2$

car $\frac{(1+t)^2}{t^2} = \frac{t^2(\frac{1}{t^2} + 1)}{t^2}$

en $t = -1$: $x(-1) = 0$ et $y(-1) = \frac{e^{-1}}{-1} = -e^{-1} \approx -0,4$

vecteur tangent $\vec{T}(-1) = (0; -e^{-1})$ tpe verticale

en 0: $x(t) = \frac{(1+t)^2}{t} \rightarrow \frac{0}{0} = \infty$ et $y(t) = \frac{e^t}{t} \rightarrow \frac{1}{0} = \infty$

asymptote oblique?

$$\frac{y}{x} = \frac{e^t}{(1+t)^2} \xrightarrow{t \rightarrow 0} \frac{1}{1} = 1 = a$$

$$y - ax = y - x = \frac{e^t - (1+t)^2}{t} \xrightarrow{0/0} \text{F.I.}$$
$$= \frac{1+t+\frac{t^2}{2} + o(t^2) - (1+2t+t^2)}{t}$$

$$= \frac{-t - \frac{t^2}{2} + o(t^2)}{t} = -1 - \frac{t}{2} + o(t) \rightarrow -1$$

$\Rightarrow b = -1$ droite asymptote $y = x - 1$

($y - (x-1) = -\frac{t}{2} + o(t) \rightarrow 0^+$ qd $t \rightarrow 0^-$ comme au dessus
 $\rightarrow 0^-$ qd $t \rightarrow 0^+$ comme au dessous)

qd $t \rightarrow 1$: $x(1) = 4$ et $y(1) = e^{27}$ $x'(1) = y'(1) = 0$ pt singulier

$$\frac{y'}{x'} = \frac{\frac{e^t}{t}}{\frac{(t+1)(t-1)}{t^2}} = \frac{e^t}{t+1} \rightarrow \frac{e}{2} \quad \text{peut } \frac{e}{2} \approx 1,35$$

$$\textcircled{1} \quad y' + \frac{y}{x} = 0 \quad y_H = A e^{-\int \frac{1}{x} dx} = A e^{-\ln|x|} = A e^{\ln(x^{-1})} = A x^{-1} = \frac{A}{x}$$

$$y_H(x) = \frac{A}{x} \quad \text{où } A \in \mathbb{R}$$

$$\textcircled{2} \quad y_D = \frac{dx_1}{x} \quad y_D' = \frac{dx_1 x - dx_1}{x^2}$$

$$y_D' + \frac{y_D}{x} = \frac{x dx_1 - dx_1}{x^2} + \frac{dx_1}{x^2} = \frac{dx_1}{x} = \frac{1}{x(1+x^2)}$$

$$\Rightarrow dx_1 = \frac{1}{1+x^2} \Rightarrow \underline{dx_1 = \arctan x} \Rightarrow y_D = \frac{\arctan x}{x}$$

$$\textcircled{3} \quad \underline{\text{Sols de l'eq complète}}: \quad y = \frac{A}{x} + \frac{\arctan x}{x} \quad \text{où } A \in \mathbb{R}$$