

Contgé des DS 3

(1.1) D a pour éq $2x+y=3$

$$\vec{D}: 2x+y=0$$

(1.2) vecteur directeur de D : $\vec{u} = (1, -2)$ ou $(-1, 2)$ ou $(2, -4)$

vecteur normal à D : $(2, 1)$

(1.3) A(2,1) $2 \cdot x_A + y_A = 2 \cdot 2 + 1 = 5 \neq 3$, donc A \notin D

(1.4) Δ est \perp à D passant par A

Un vecteur directeur de Δ est $(2, 1)$

$$\Delta \begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = t + 1 \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

(1.5) eq cent de Δ : On élimine t.

$$L_1 - 2L_2: x - 2y = 0 \quad \Delta$$

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-2y=0 \end{cases} \rightarrow L_1 - 2L_2: 5y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{5}$$

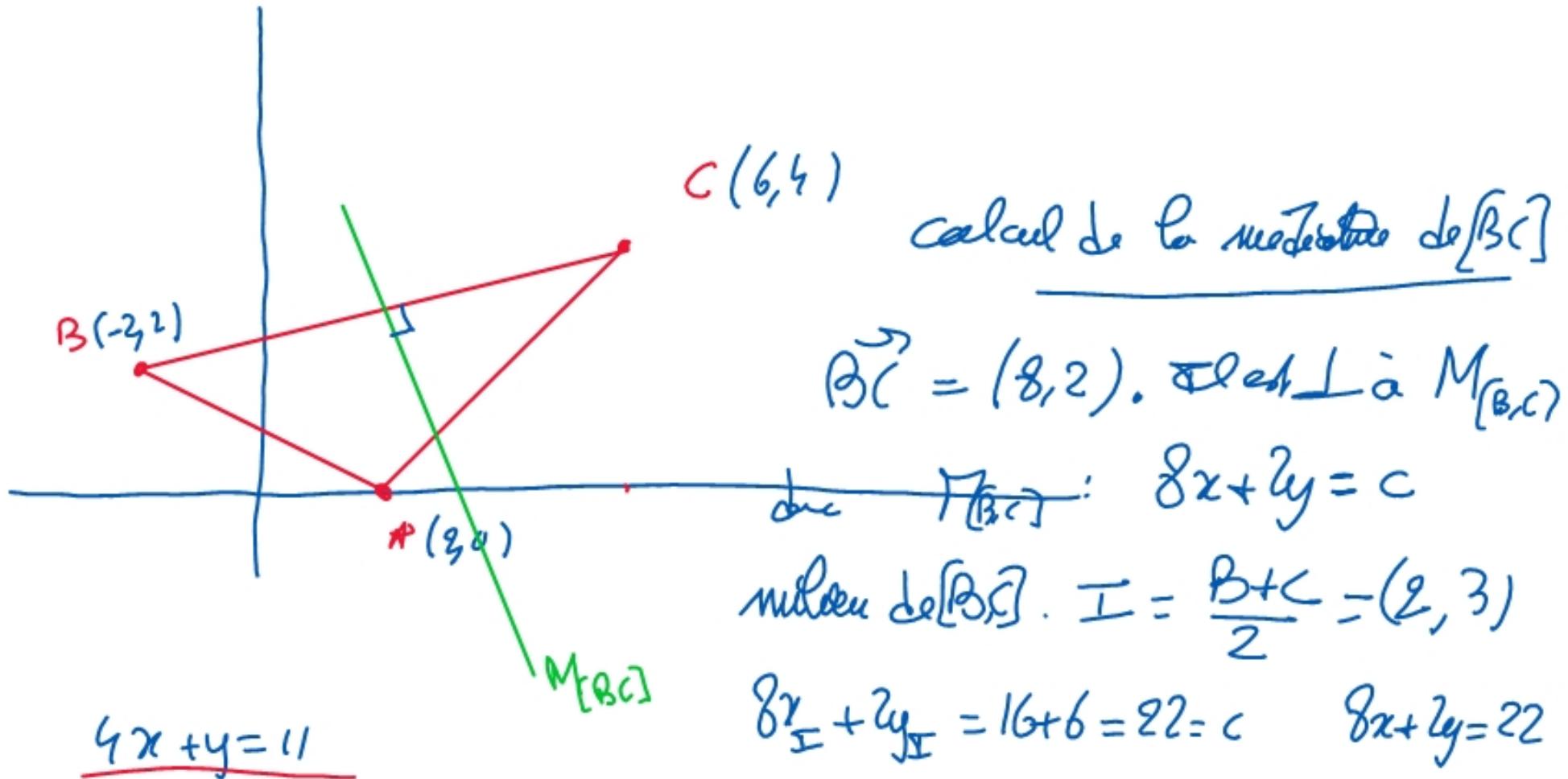
$$2L_1 + L_2: 5x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

$$B = \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right)$$

(1.6) $D \cap \Delta$

$$A\left(\frac{2}{1}\right) \quad B\left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right) \quad \vec{AB} = \left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right) - (2, 1) \\ = \left(\frac{-4}{5}; \frac{-2}{5}\right)$$

$$\|\vec{AB}\| = \frac{1}{5} \|(-4, -2)\| = \frac{1}{5} \sqrt{4^2 + 2^2} = \frac{1}{5} \sqrt{16+4} = \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$



Arcs Paramétrés

I Généralités

On donne l'abscisse en fonction de t : $x(t)$
et l'ordonnée $y(t)$

On veut représenter les points $M(t) = (x(t); y(t))$

Méthode : ① On cherche l'ensemble de déf de x et de y
② Une période commune pour x et y permet de restreindre
l'intervalle d'étude.

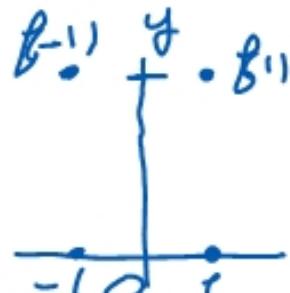
Si x et y sont de période T , alors $\left\{ \begin{array}{l} M(t+T) = (x(t+T), y(t+T)) \\ \forall t \end{array} \right. = (x(t), y(t)) = M(t)$

On dessine la courbe sur $[0, T]$ ou $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ et
on obtient toute la courbe (pas de translations !)

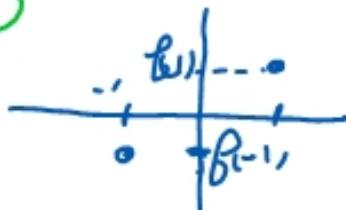
$M(t+T) = M(t)$. les points entre T et $2T$ sont les m^{ême} que ceux entre 0 et T

③ La parit \acute{e} permet de r \acute{e} duire l'intervalle d'etude

rappel : pour $y = f(x)$. Si f est paire sym / Oy



Si f est impaire sym / O



pour les param \acute{e} tr \acute{e} s : 4 cas

x pair	x impair	y pair	y impair
y pair	y impair	y pair	y pair

1^{er} cas : x et y pairs $x(t) = x(t)$ et $y(-t) = y(t)$, $\forall t$

donc $M(-t) = M(t)$. On étudie sur \mathbb{R}^+ , puis rien
la courbe se répète par dessus

2^{es} cas : x est pair et y est impair $x(-t) = x(t)$ et $y(-t) = -y(t)$

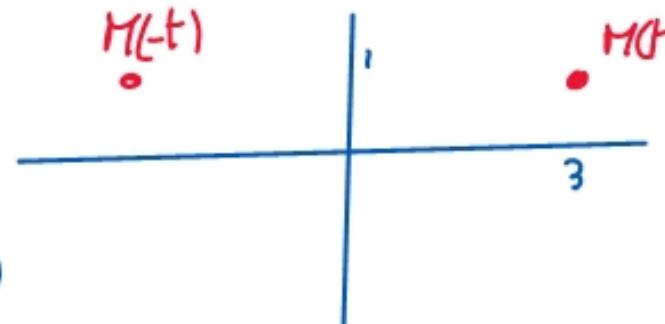
exemple donc $x(t) = 3$ et $y(t) = -1$ $M(t) = (3; -1)$



étude sur \mathbb{R}^+ , puis sym /Ox

3^{es} cas : x est impair et y pair

si $M(t) = (3; 1)$ alors $M(-t) = (-3, 1)$



étude sur \mathbb{R} , puis sym /Oy

1^e cas: x et y nuls

Si $M(t) = (3, 1)$ alors $M(-t) = (-3, -1)$

Etude sur $\mathbb{R}^+ \text{ sym}/0$

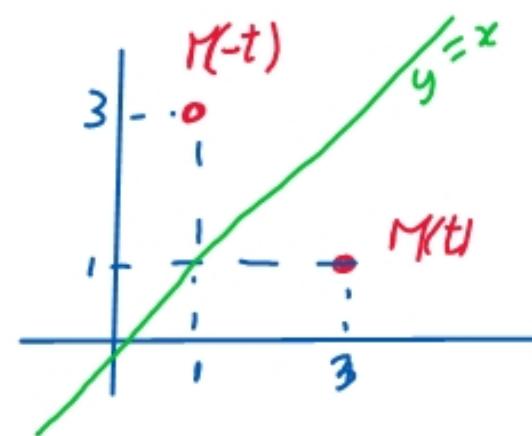
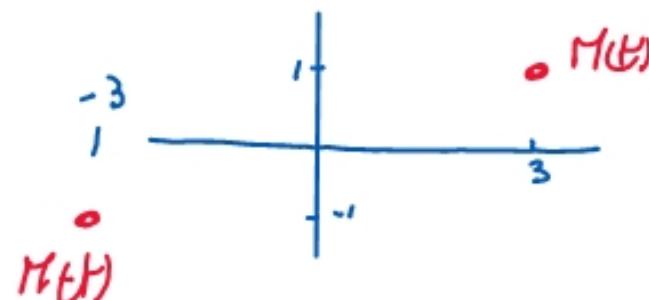
2^e cas:
Si $\begin{cases} x(-t) = y(t) \\ y(-t) = x(t) \end{cases}$

$$\begin{aligned} M(t) &= (3, 1) \\ M(-t) &= (1, 3) \end{aligned}$$

ici, on fait l'étude sur \mathbb{R}^+ , puis
on fait la symétrie / droite d'ax $y=x$ pour récupérer les points sur \mathbb{R}^-

④ En un point particulier, on veut la pente de la tangente

rappel: pour les courbes $y=f(x)$, la pente en x_0 est $f'(x_0)$
de la tangente



pour les axes paramétrés :

$\begin{pmatrix} x'(t_0) \\ y'(t_0) \end{pmatrix}$ est le vecteur tangent à $M(t_0)$
sauf quand $x'(t_0) = y'(t_0) = 0$

la pente vaut donc

$$p = \frac{y'(t_0)}{x'(t_0)}$$
 sauf quand $x'(t_0) = y'(t_0) = 0$

def : quand $x'(t_0) = y'(t_0) = 0$, on dit que $M(t_0)$ est un point singulier

En un point singulier, pour avoir le vecteur tangent, on calcule

$$\begin{pmatrix} x''(t_0) \\ y''(t_0) \end{pmatrix} \quad \text{sauf quand } x''(t_0) = y''(t_0) = 0$$

sinon

$$\begin{pmatrix} x'''(t_0) \\ y'''(t_0) \end{pmatrix}, \dots$$

Pour la pente, on calcule

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{y'(t)}{x'(t)}$$

⑤ asymptotes (appel pour $y=f(x)$) asymptote oblique

la droite d'éq $y=ax+b$ est asymptote en $+\infty$ qd

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} \text{ et } b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$$

ou

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - ax),$$

pour les deux paramètres : 1^e cas : $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow a \end{cases}$ asy d'éq $y=a$

2^e cas : $\begin{cases} x \rightarrow a \\ y \rightarrow +\infty \end{cases}$ asy d'éq $x=a$

3^e cas : $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty \end{cases}$ asymptote oblique ? $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x}$ et $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - ax)$
asy d'éq $y=ax+b$

II Exemples

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t-1}{t} \\ y(t) = \frac{t^2}{t+1} \end{cases}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$$

pas de périodicité

$$x(-t) = \frac{-t-1}{-t} = -\frac{(t+1)}{-t} = \frac{t+1}{t}$$

pas de parité .

Etude complète .

$$x'(t) = \frac{1 \cdot t - (t-1) \cdot 1}{t^2} = \frac{t-t+1}{t^2} = \frac{1}{t^2} > 0$$

$$y'(t) = \frac{2t(t+1) - t^2}{(t+1)^2} = \frac{2t^2 + 2t - t^2}{(t+1)^2} = \frac{t^2 + 2t}{(t+1)^2} = \frac{t(t+2)}{(t+1)^2} . \quad y' \text{ s'annule en } 0 \text{ et } -2$$

