

o o o o

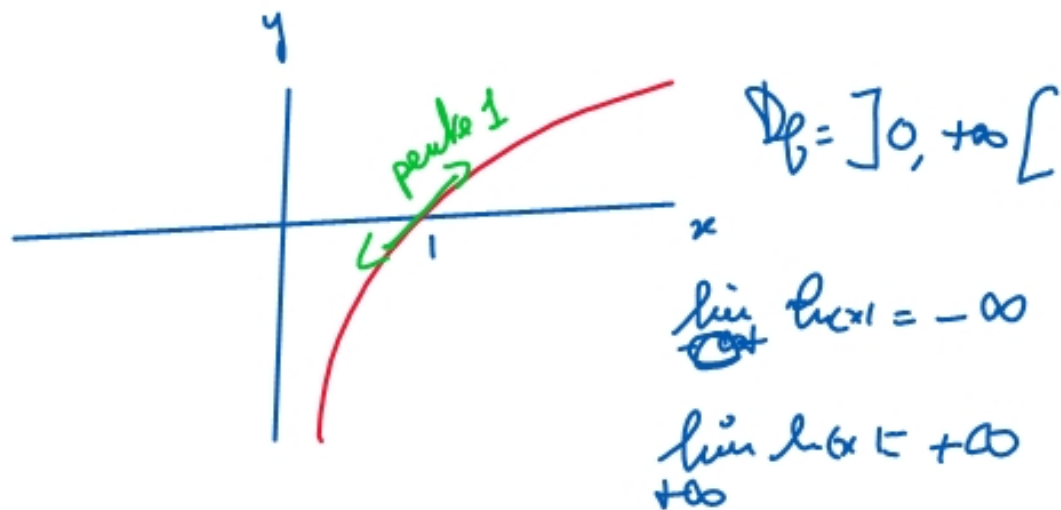
① Somme partielle géométrique $\sum_{k=0}^n x^k = \begin{cases} n+1 & \text{qd } x=1 \\ \frac{x^{n+1}-1}{x-1} & \text{qd } x \neq 1 \end{cases}$

② $\cos(2x)$ de 2 façons \neq
 $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

③ DL de $\ln(1+x)$ à l'ordre n ou $n-1$
 $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$

④ $\sin(\beta - \alpha) = \sin(\beta)\cos(\alpha) - \sin(\alpha)\cos(\beta)$

⑤ dessin de $\ln(x)$



$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{x} - 3 = \frac{1}{x} - \frac{3x}{x} = \frac{1-3x}{x}$$

$$3 + \frac{5}{x-2} = \frac{3(x-2) + 5}{(x-2)} = \frac{3x-1}{x-2}$$

$$B(2) = \frac{6-2}{4+2-6} = \frac{4}{0} \dots$$

$$\textcircled{2} \quad C(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{(3x-2)x + (x+1)(6x-4)} = \frac{(x+3)^2}{(3x-2)[x + (x+1)2]} = \frac{(x+3)^2}{(3x-2)(3x+2)}$$

$$D_C = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{2}{3} \right\}$$

$$\textcircled{3} \quad B(x) = \frac{3x-2}{x^2+x-6}$$

$$B(\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}-2}{3+\sqrt{3}-6} = \frac{3\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-3} = \frac{3\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-3} \times \frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+3}$$

$$B\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{-1-2}{\frac{1}{9}-\frac{1}{3}-6} \quad \begin{matrix} \times 9 \\ \times 9 \end{matrix}$$

$$= \frac{-27}{1-3-54} = \frac{-27}{-56} = \frac{27}{56}$$

$$= \frac{9 + 9\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 6}{3 - 9} = \frac{7\sqrt{3} + 3}{-6}$$

$$= -\frac{7\sqrt{3} + 3}{6} = \frac{-7\sqrt{3} - 3}{6}$$

$$\textcircled{4} \cdot \frac{(2x+1)(x-2)}{x} = 0$$

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^*$$



$$(2x+1)(x-2) = 0$$

$$x = 2 \text{ ou } -\frac{1}{2}$$

$$\mathcal{F} = \left\{ 2; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\cdot \frac{3x}{x+2} + 4 = 0$$

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

on \times par $x+2$:

$$3x + 4(x+2) = 7x + 8 = 0 \quad \mathcal{F} = \left\{ -\frac{8}{7} \right\}$$

$$\cdot \frac{2}{x} = \frac{3}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$$

on \times par $x(x+1)$

$$2(x+1) = 3x + 1 \Leftrightarrow 2x+2 = 3x+1$$

$$\Leftrightarrow 2-1 = 3x-2x \quad \underline{x=1}$$

$$\frac{a}{a - \frac{1}{b}} \times \frac{b}{b} = \frac{ab}{ab - 1}$$

$$\frac{a - \frac{1}{b}}{a} \times \frac{b}{b} = \frac{ab - 1}{ab}$$

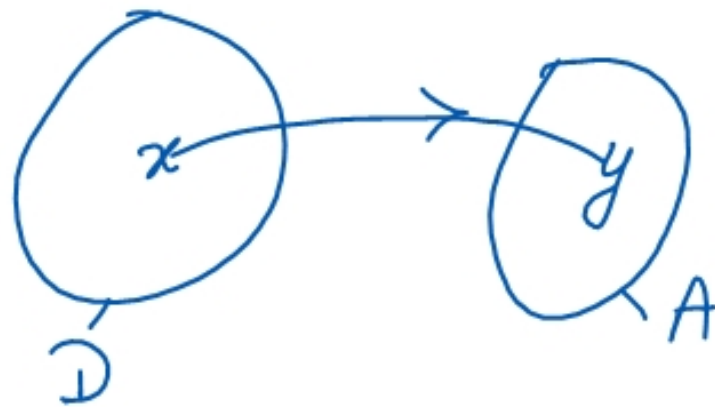
$$\frac{2a - 6}{5a} \ominus \frac{a + 3}{a} \times \frac{5}{5} = \frac{2a - 6 - 5a - 15}{5a} = \frac{-3a - 21}{5a}$$

$$\frac{5}{5} \times \frac{2y - 1}{y^2} - \frac{3y + 2}{5y} \times \frac{y}{y} = \frac{10y - 5 - 3y^2 - 2y}{5y^2} = \frac{-3y^2 + 8y - 5}{5y^2}$$

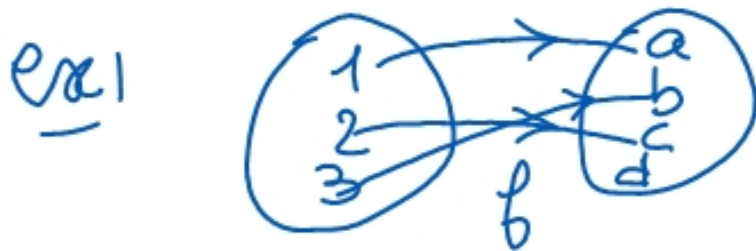
$$\frac{4x - 5}{2 - x} - \frac{3x - 1}{x - 2} \times \frac{-1}{-1} = \frac{4x - 5 + 3x - 1}{2 - x} = \frac{7x - 6}{2 - x}$$

Applications injectives, surjectives, bijectives

def: L'application $f: D \rightarrow A$ est injective lorsque tout élément y de l'ensemble d'arrivée (A) a au plus un antécédent c-à-d un x tel que $f(x) = y$

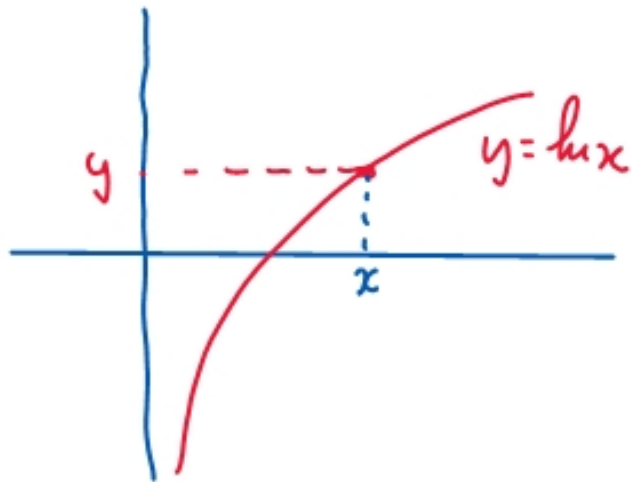


$y = f(x)$) on dit que y est l'image de x et que x est l'antécédent de y



ici a a 2 antécédents, donc g n'est pas injective

f est injective car a, b et c ont 1 antécédent et d a 0 antécédent



$$\ln \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^{++} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \ln x \end{array} \right.$$

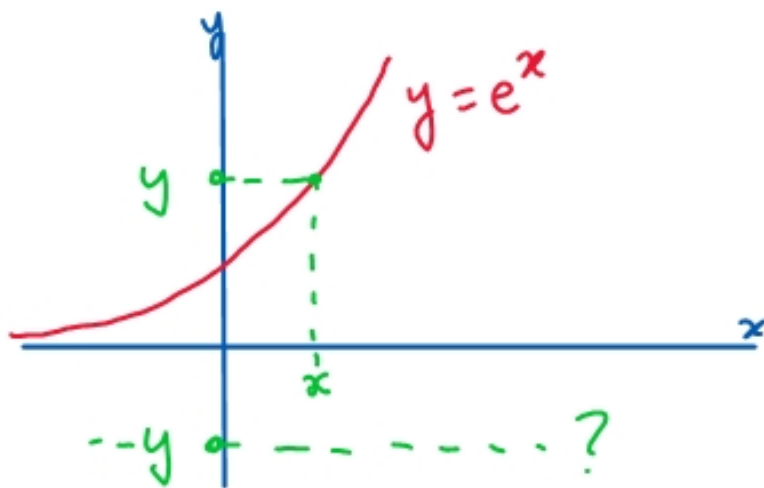
tous les y de l'ens d'arrivées \mathbb{R} ont 1 seul antécédent

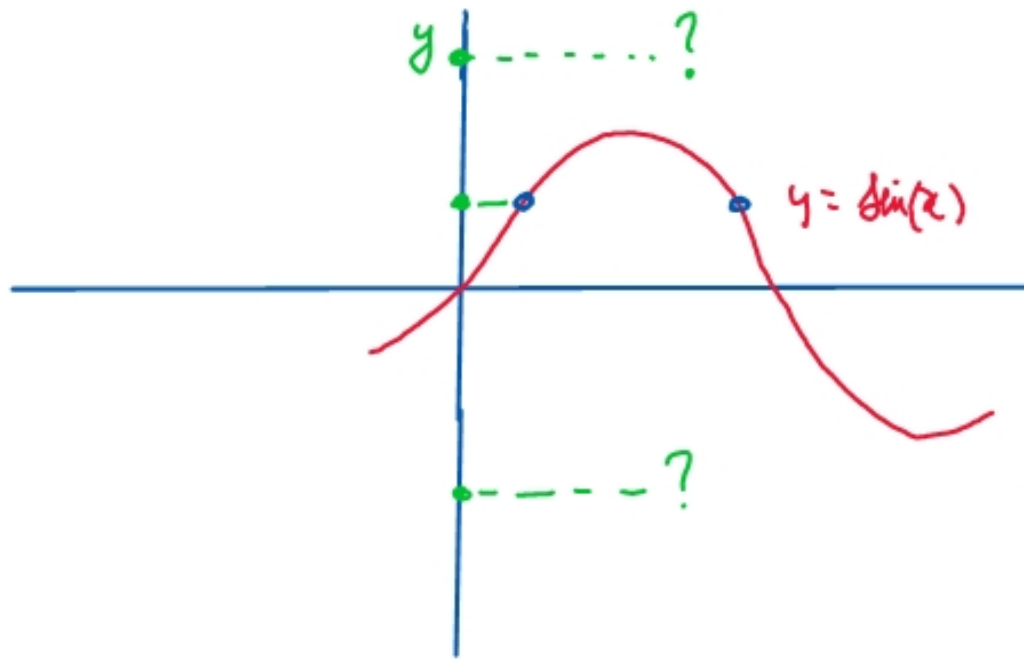
\ln est injective

$$\exp \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto e^x \end{array} \right.$$

tous les $y \in \mathbb{R}^{++}$ ont 1 antécédent
 ——— \mathbb{R}^- n'en ont pas

\exp est injective

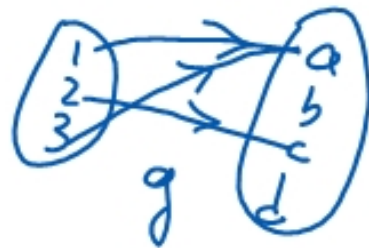




$$\sin \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sin(x) \end{array} \right.$$

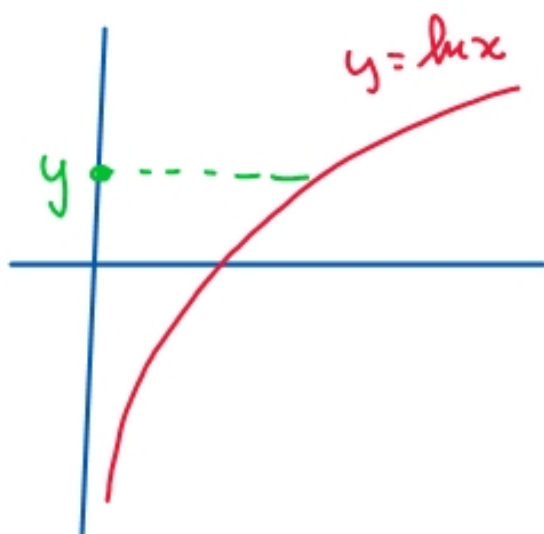
les $y \in [-1, 1]$ ont une infinité d'antécédents, donc \sin n'est pas injective

def: $f: D \rightarrow A$ est surjective lorsque tout élé de l'ens d'arrivée A a au moins un antécédent.



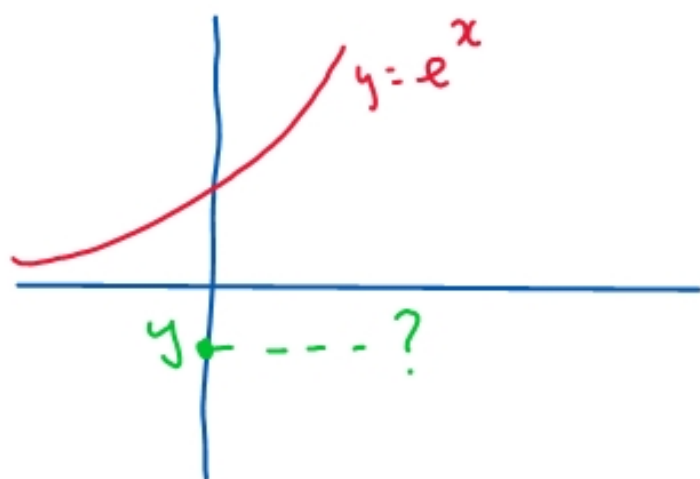
f et g ne sont pas surjectives (d n'a pas d'antécédent)

h est surjective



$$\ln \left| \begin{array}{l} \mathbb{R}^{++} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \ln(x) \end{array} \right.$$

\ln est surjective

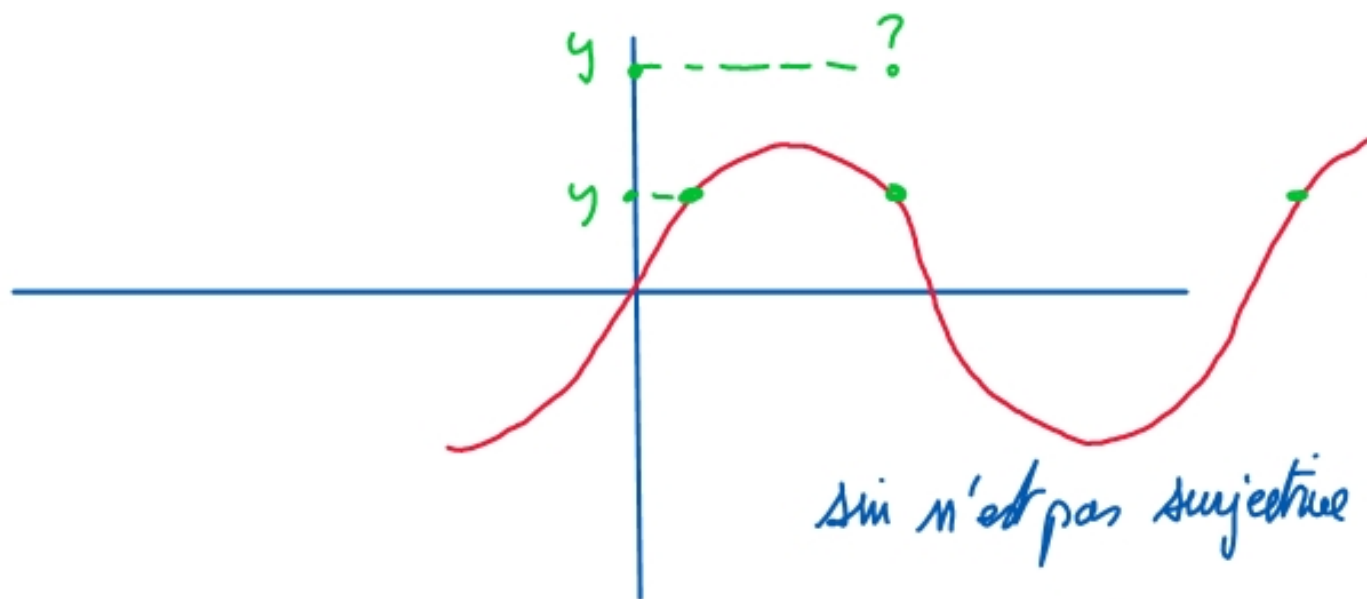


$$\exp \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto e^x \end{array} \right.$$

\exp n'est pas surjective car
les $y \in \mathbb{R}^-$ n'ont pas d'antécédents

$$f \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^{++} \\ x \longmapsto e^x \end{array} \right.$$

f est surjective!



$$\sin \mid \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \sin(x)$$

\sin n'est pas surjective car $\exists y$ n'a pas d'antécédent

$g \mid \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ est surjective (tous les élt de l'ens d'arrivée ont une infinité d'antécédents)

$$x \mapsto \sin x$$

g n'est pas injective

$h \mid \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$ est injective et surjective

$$x \mapsto \sin x$$

def: f est bijective lorsque tous les élt de l'ensemble d'arrivée ont exactement 1 antécédent

$$\boxed{b_{ij} = i_j + s_{ij}}$$