



① dessin de  $\sin x$



② DL de  $\sin x$  à l'ordre 3  $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \mathcal{O}(x^3)$

③ DL de  $\sin x$  à l'ordre 4  $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \mathcal{O}(x^4)$

④  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

⑤ Que mettre dans le rectangle?  $\cos^2(x) + \boxed{\sin}^2(x) = 1$

$$\textcircled{1} \quad \frac{5}{x} - \frac{2}{3} = \frac{15-2x}{3x}$$

$$\textcircled{2} \quad A(x) = \frac{4x^2 - 5x}{16x^2 - 25} = \frac{x(4x-5)}{(4x)^2 - 5^2} = \frac{x(4x-5)}{(4x+5)(4x-5)} = \frac{x}{4x+5}$$

$$D_{\mathbb{R}}(A) = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{5}{4}, \frac{5}{4} \right\} = ]-\infty; -\frac{5}{4}[ \cup ]-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}[ \cup ]\frac{5}{4}; +\infty[$$

$$B(x) = \frac{(x+2)^2 - 16}{7x^2 + 3x} = \frac{(x+2+4)(x+2-4)}{x(7x+3)}$$

$$= \frac{(x+6)(x-2)}{x(7x+3)}$$

$$D_{\mathbb{R}}(B) = \mathbb{R} \setminus \left\{ 0; -\frac{3}{7} \right\}$$

$$\textcircled{3} \quad A(x) = \frac{7x+2}{x^2-1} \quad A\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7\frac{1}{2}+2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2-1} = \frac{\frac{7}{2}+2}{\frac{1}{4}-1} \begin{matrix} \times 4 \\ \times 4 \end{matrix} = \frac{14+8}{1-4} = -\frac{22}{3}$$

$$\textcircled{9} \quad \frac{7x-1}{x+3} = 0 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$\frac{7x-1}{x+3} = 0 \Leftrightarrow 7x-1=0 \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{7}}}$$

$$\frac{2x+1}{x-3} = \frac{7}{x-3} \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$\Updownarrow$$

$$2x+1=7 \Leftrightarrow 2x=6 \Leftrightarrow x=3 \quad \text{attention}$$

$$\mathcal{I} = \underline{\underline{\emptyset}}$$

$$2x-7 = \frac{4}{2x-7} \Leftrightarrow (2x-7)^2 = 4 \Leftrightarrow 2x-7 = \pm 2$$

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{7}{2}\}$$

$$2x-7=2 \quad \text{ou} \quad 2x-7=-2$$

$$2x=9 \quad \boxed{x = \frac{9}{2}}$$

$$2x=5 \quad \boxed{x = \frac{5}{2}}$$

$$(4) \quad \frac{1}{u+1} + \frac{1}{u-1} = \frac{2}{u^2-1} = \frac{2}{(u+1)(u-1)}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

$\times (u+1)(u-1)$



$$u-1 + u+1 = 2 \Leftrightarrow 2u = 2 \Leftrightarrow u = 1 \text{ Now}$$

pas de sol.  $S = \emptyset$

$$(5) \quad \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{ab}} \quad \frac{\times ab}{\times ab} = \frac{b+a}{1} = b+a$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \quad \frac{\times ab}{\times ab} = \frac{ab}{b+a}$$

$$\frac{a + \frac{b}{c}}{a - \frac{b}{c}} \cdot \frac{c}{c} = \frac{ac + b}{ac - b}$$

$$\frac{a}{bc^2} + \frac{a}{bc} = \frac{ab + ac}{b^2c^2}$$

### III Equations de droites dans $\mathbb{R}^3$

coord d'un point  $A \in D$

Equation paramétrique :

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x = x_{\vec{u}} t + x_A \\ y = y_{\vec{u}} t + y_A \\ z = z_{\vec{u}} t + z_A \end{cases}$$

où  $t$  décrit  $\mathbb{R}$

$\uparrow$   
coord d'un vecteur directeur de  $D$

droite vectorielle associée :

$$\vec{D} \begin{cases} x = x_{\vec{u}} t \\ y = y_{\vec{u}} t \\ z = z_{\vec{u}} t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

Équation cartésienne :  $\Downarrow \begin{cases} ax+by+cz = d & \leftarrow \text{plan } \mathcal{P}_1 \\ a'x+b'y+c'z = d' & \leftarrow \text{plan } \mathcal{P}_2 \end{cases}$



droite vectorielle associée:  
 $\vec{D} \begin{cases} ax+by+cz=0 \\ a'x+b'y+c'z=0 \end{cases}$

$$D = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$$

ex1: éq de la droite de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  passant par  $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

éq paramétrique:  $\Downarrow \begin{cases} x = t \\ y = 2t + 1 \\ z = 3t - 1 \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$

Pour avoir la éq cartésienne, on élimine  $t$ : on remplace  $t$  par  $x$  dans  $L_2$  et  $L_3$

éq cartésienne:  $\Downarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ z = 3x - 1 \end{cases}$

ex2: eq de la droite (AB) avec  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\vec{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

eq paramétrique: (AB)  $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -2t + 3 \end{cases}$  où  $t$  varie dans  $\mathbb{R}$ .

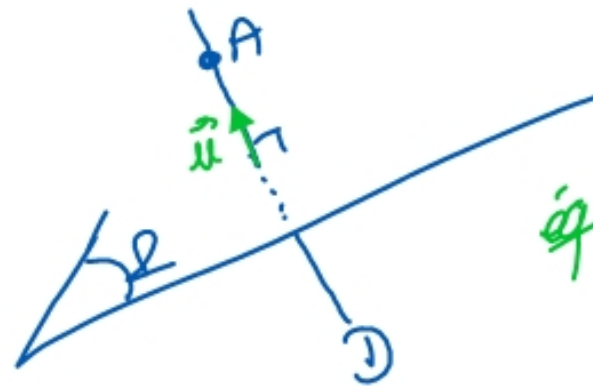
$$\begin{array}{l} 3L_1 + L_2 \\ 2L_1 + L_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 3x + y = 3 + 2 \\ 2x + z = 2 + 3 \end{array} \right.$$

$$(AB) \left\{ \begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ 2x + z = 5 \end{array} \right.$$

ex3: eq de la droite  $\mathcal{D}$  passant par  $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ , orthogonale au

plan  $\mathcal{P}$ :  $x - y + 5z = 2$

Un vecteur  $\perp$  à  $\mathcal{P}$  est  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$



eq param:

$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = 5t + 3 \end{cases}$$





ex 4 : donner des eq paramétriques de la droite  $\mathcal{D}$   $\begin{cases} x+y-2z=3 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$

On pose  $x=t$   $\begin{cases} y-2z=3-t \\ -y+z=1-2t \end{cases}$

$L_1 + L_2$  :  $-z = 4 - 3t$   $z = 3t - 4$

$L_1 + 2L_2$   $-y = 5 - 5t$   $y = 5t - 5$

$$\mathcal{D} \begin{cases} x = t \\ y = 5t - 5 \\ z = 3t - 4 \end{cases}$$

verif :  $A = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} \in \mathcal{D}?$

$\begin{cases} -5 + 8 = 3 \\ 0 + 5 - 4 = 1 \end{cases}$  oui

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \in \vec{\mathcal{D}}$

verif :  $\begin{cases} 1 + 5 - 6 = 0 \\ 2 - 5 + 3 = 0 \end{cases}$

ex 5: eq paramétrique de  $\mathcal{D}$   $\left\{ \begin{array}{l} y = 3 \\ z = 2 \end{array} \right. ?$

$\mathcal{D} \left\{ \begin{array}{l} x = t \\ y = 3 \\ z = 2 \end{array} \right.$  ou  $t \in \mathbb{R}$   $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \vec{\mathcal{D}}$  et  $A \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{D}$

ex 6: eq paramétrique de  $\mathcal{D} \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ y + 2z = 3 \end{array} \right.$

on pose  $z = t \Rightarrow L_2 \quad y = -2t + 3$

$\mathcal{D} \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \\ y = -2t + 3 \\ z = t \end{array} \right.$   $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \vec{\mathcal{D}}$  et  $A \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{D}$

distance d'un point  $A$  à un plan  $\mathcal{P}$  d'éq  $ax+by+cz+d=0$  :

$$d(A, \mathcal{P}) = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$



$D$  est  $\perp$  à  $\mathcal{P}$  et passe par  $A$ , donc  $D$  a pour eq param :

$$D \begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \\ z = ct + z_A \end{cases}$$

$\vec{u} = (a, b, c)$  est  $\perp$  à  $\mathcal{P}$  (on le lit sur l'éq de  $\mathcal{P}$ )

On cherche les coord de  $B = \mathcal{P} \cap D$

$$\begin{cases} x_B = at_B + x_A \\ y_B = bt_B + y_A \\ z_B = ct_B + z_A \\ ax_B + by_B + cz_B + d = 0 \end{cases}$$

$$a(at_B + x_A) + b(bt_B + y_A) + c(ct_B + z_A) + d = 0$$

$$\Downarrow$$

$$(a^2 + b^2 + c^2)t_B + ax_A + by_A + cz_A + d = 0$$

$$t_B = \frac{-(ax_A + by_A + cz_A + d)}{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\text{et } \begin{cases} x_B - x_A = at_B \\ y_B - y_A = bt_B \\ z_B - z_A = ct_B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \begin{pmatrix} at_B \\ bt_B \\ ct_B \end{pmatrix} = t_B \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

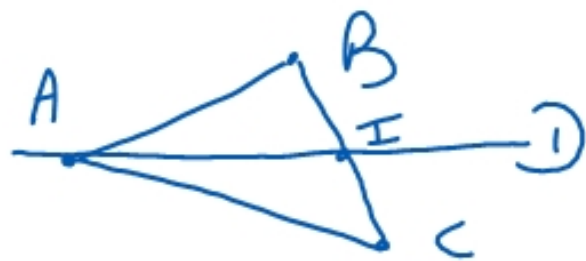
$$\Rightarrow \|\vec{AB}\| = |t_B| \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\Rightarrow \|\vec{AB}\| = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\Rightarrow \|\vec{AB}\| = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \square$$

ex 8724:  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$   $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  Médiante en A?

↳ passe par A et par le milieu de [BC]



$$I = \frac{B+C}{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{IA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

$$D \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t + 2 \\ z = \frac{7}{2}t + 3 \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

### IV Sphères

La sphère de centre C, de rayon R a pour eq

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$$

$$d(M, C) = R$$



ex:  $\underbrace{x^2 + 4x} + \underbrace{y^2 - 6y} + z^2 = 36$  centre et rayon?

$$\left( (x+2)^2 - 4 \right) + \left( (y-3)^2 - 9 \right) + z^2 = 36$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 36 + 4 + 9 \\ = 49$$

c'est la sphère de centre  $C \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$  de rayon 7