

① Somme partielle géométrique

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \begin{cases} \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1} & \text{qd } x \neq 1 \\ n+1 & \text{qd } x = 1 \end{cases}$$

② DL à l'ordre  $n$  de  $\frac{1}{1-x}$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$$

③ formule de Pascal

$$\binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

$$\textcircled{4} \quad \cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \mathcal{O}(x^{n+2})$$

⑤ DL de  $\ln(1+x)$  à l'ordre  $n$

$$\textcircled{1} \quad 3^2 = 9 \quad -3^3 = -27 \quad (-3)^3 = -27 \quad -3^4 = -81; (-3)^4 = 81$$

$$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{2} \quad A = -3 \quad 3A^2 = 3(-3)^2 = 27 \quad -2A^2 = -2 \cdot 9 = -18$$

$$A^{-10} = \frac{1}{(-3)^{10}} = \frac{1}{3^{10}} \quad \frac{1}{4} A^{-4} = \frac{1}{4 \cdot (-3)^4} = \frac{1}{4 \cdot 81} = \frac{1}{324}$$

$$\textcircled{3} \quad (2^2)^3 \times 5^2 \times 5^4 = 2^6 5^6$$

$$2^{-3} \times (2 \times 5)^4 \times 5^{-2} = 2^{-3+4} \times 5^{4-2} = 2 \cdot 5^2$$

$$\frac{2^6}{2^2} = 2^{6-2} = 2^4$$

$$\textcircled{4} \quad 50 \times 12 = (2 \times 5^2) \times (2^2 \times 3) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 2} \\ 25 \overline{) 5^2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \overline{) 5} \\ 25 \overline{) 15} \overline{) 5} \\ 0 \quad \quad \quad \overline{) 5} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 75^2 \times 36^3 &= (3 \times 5^2)^2 \times (2^2 \times 3^2)^3 \\ &= 3^2 \cdot 5^4 \cdot 2^6 \cdot 3^6 = 2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^4 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \frac{10}{4^3} = \frac{2^2 \cdot 2 \cdot 5}{5^2 \cdot 2^6} = \frac{\cancel{2^3} \cdot 5}{2^4 \cdot 5^2} = \frac{1}{2^3 \cdot 5} = 2^{-3} 5^{-1}$$

$$(5) \quad 0,001 = 10^{-3} \quad 16000 = 10^4 \quad 0,001 \times 0,01 = 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 10^{-5}$$

$$\frac{10000}{90001} = \frac{10^4}{10^{-4}} = 10^{4-(-4)} = 10^{4+4} = 10^8$$

$$(6) \quad 2,5 \times 10^2 = 25 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 = 25 \cdot 10 = 0,25 \times 10 \cdot 10^2 = 0,25 \cdot 10^3$$

$$0,0000012 \times 10^5 = 12 \cdot 10^{-7} \times 10^5 = 12 \cdot 10^{-2}$$

$$(7) \quad 428 = 4,28 \cdot 10^2 \quad 0,325 = 3,25 \cdot 10^{-1}$$

$$0,0004 = 4 \cdot 10^{-4} \quad (0,001)^2 = (10^{-3})^2 = 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-6}$$

$$0,25^2 = (25 \cdot 10^{-2})^2 = 25^2 \cdot 10^{-4} = 625 \cdot 10^{-4} = 6,25 \cdot 10^{-2}$$

$$(8) \quad 5 \times 26 \times 130^2 = ? \quad 130 \cdot 130^2 = 130^3$$

$$\begin{array}{r} 26 \mid 2 \\ 13 \mid \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 130 \mid 2 \\ 65 \mid 5 \\ 13 \mid \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5 \times 26 \times 130^2 &= 5 \times 2 \times 13 \times 2^2 \times 5^2 \times 13^2 \\ &= 2^3 \times 5^3 \times 13^3 \\ &= (2 \times 5 \times 13)^3 = 130^3 \end{aligned}$$

$$(9) \quad \begin{array}{r} 148 \mid 2 \\ \hline 74 \mid 2 \\ \hline 37 \end{array}$$

$$148 = 2^2 \cdot 37$$

Révision Géométrie  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

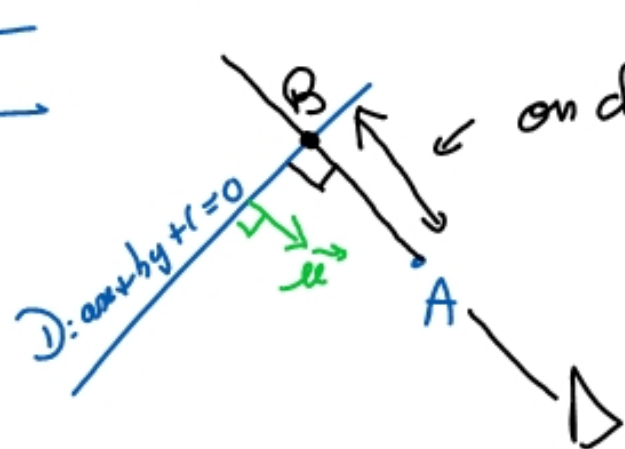
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y = 1 \times 3 + 2 \times (-5) = 3 - 10 = -7$$

mérite de 2 pts  $\frac{A+B}{2}$

### III Distance d'un point à une droite

$A = (x_A, y_A)$  droite  $D$  d'éq cartésienne :  $ax + by + c = 0$

$$d(A, D) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



on cherche la longueur  $AB = \|\vec{AB}\|$  où B est

l'intersection de  $D$  et de la droite  $\Delta$  passant par  $A$   
et  $\perp$  à  $D$

Un vecteur  $\perp$  à  $D$  est  $\vec{n} = (a, b)$ , (c'est un vecteur directeur de  $\Delta$ )

Éq paramétrique de  $\Delta$  :

$$\begin{cases} x = at + x_A \\ y = bt + y_A \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

$\vec{a} \nearrow$                        $\nearrow A$

$$\begin{array}{l}
 B \in \mathbb{D}: \\
 B \in \Delta
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 ax_B + by_B + c = 0 \\
 x_B = at_B + x_A \\
 y_B = bt_B + y_A
 \end{array} \right.$$

On remplace  $x_B$  et  $y_B$  dans  $L_1$

$$L_1: a(at_B + x_A) + b(bt_T + y_A) + c = 0$$

$$\Rightarrow a^2 t_B + ax_A + b^2 t_B + by_A + c = 0$$

$$\Rightarrow t_B(a^2 + b^2) = -(ax_A + by_A + c)$$

$$\Rightarrow t_B = \frac{-(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2}$$

On reporte  $t_B$  dans  $L_2$  et  $L_3$  pour avoir les coordonnées de  $B$

$$L_2: x_B = \frac{-a(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2} + x_A$$

$$L_3: y_B = \frac{-b(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2} + y_A$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-a(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2} \\ \frac{-b(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} at_B \\ bt_B \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} at_B \\ bt_B \end{pmatrix} \quad \|\vec{AB}\| = \sqrt{a^2 t_B^2 + b^2 t_B^2} = |t_B| \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$$

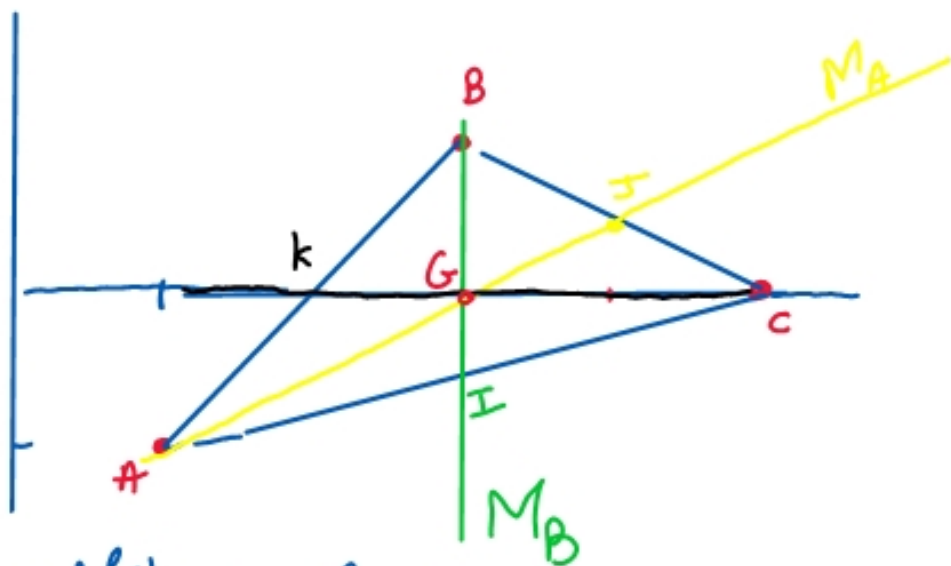
$$\|\vec{AB}\| = \left| \frac{-(ax_A + by_A + c)}{a^2 + b^2} \right| \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \square$$

## IV le Triangle

(91) Les médianes d'un triangle passent par un sommet et le milieu du côté opposé.

Théorème Les 3 médianes se coupent en un un point. C'est le centre de gravité ou isobarycentre.

Exemple:  $A(1; -1)$   $B(3; 1)$  et  $C(5; 0)$



• Médiane en A:  $M_A$

J est le milieu de  $[BC]$ :  $J = \frac{B+C}{2} = (4; \frac{1}{2})$

$$\vec{AJ} = J - A = (4; \frac{1}{2}) - (1; -1) = (3; \frac{3}{2})$$

pende de  $M_A$  = pende de  $\vec{AJ} = \frac{3/2}{3} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + b$ . Elle passe par A

$$y_A = \frac{1}{2}x_A + b \Rightarrow -1 = \frac{1}{2} + b \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

$$\underline{M_A}: y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{2y = x - 3}$$

• médiane en B:  $M_B$

I est le milieu de  $[AC]$

$$I = \frac{A+C}{2} = (\frac{6}{2}; \frac{-1}{2}) = (3; -\frac{1}{2})$$

$$\vec{IB} = (3) - (-\frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3/2 \end{pmatrix} \text{ vertical}$$

eq de  $M_B$ :  $\boxed{x = 3}$

Intersection de  $M_A$  et  $M_B$ :

on l'appelle G

$$G \in M_B \quad \left\{ \begin{array}{l} x_G = 3 \end{array} \right.$$

$$G \in M_A \quad \left\{ \begin{array}{l} y_G = x_G - 3 \\ \Rightarrow y_G = 0 \end{array} \right.$$

$$\boxed{G = (3, 0)}$$



## (42) Les Médiatrices :

def : La médiatrice du segment  $[A, B]$  passe par le milieu de  $[A, B]$  et est  $\perp$  à  $(AB)$

$\square$  Les 3 médiatrices d'un triangle se coupent en un  $\hat{m}$  point,  
c'est le centre du cercle circonscrit

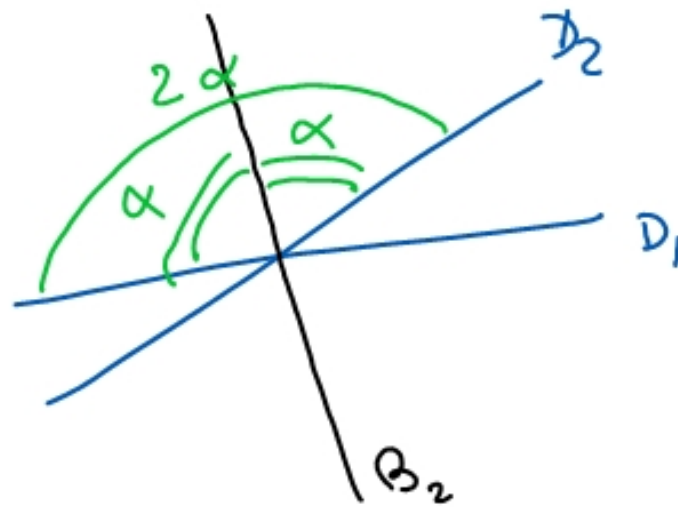
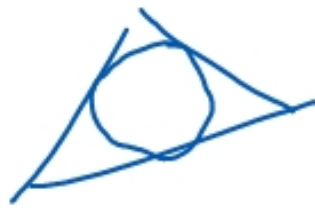
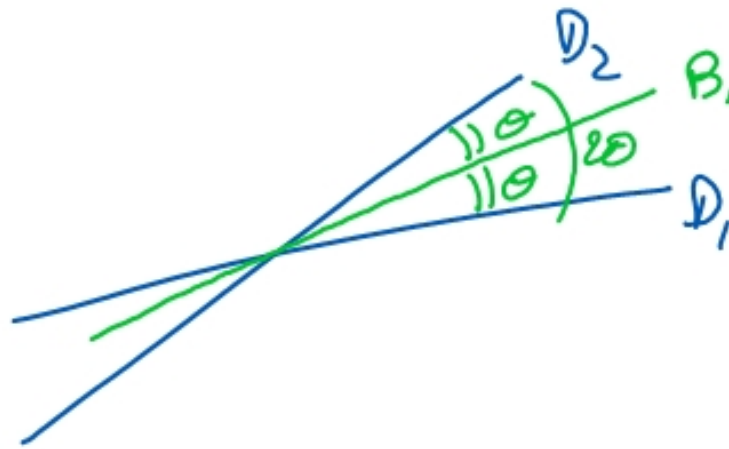
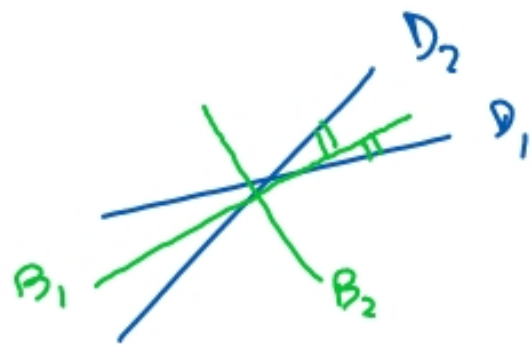


## (43) Les hauteurs

def : Une hauteur passe par un sommet et est  $\perp$  au côté opposé

$\square$  Les 3 hauteurs se coupent en un  $\hat{m}$  point, appelé l'orthocentre

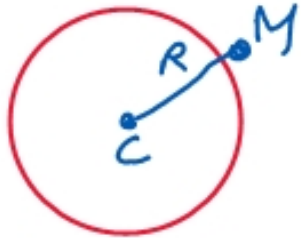
(44) Les bissectrices



def: les 2 bissectrices des droites  $D_1$  et  $D_2$  coupent les angles entre  $D_1$  et  $D_2$  en deux en deux

⌈ Dans un triangle, les 3 bissectrices se coupent en un m<sup>e</sup> point  
C'est le centre du cercle inscrit

## V Le cercle



Le cercle de centre  $C(x_c, y_c)$  de rayon  $R$  a pour  
équation :

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

$$d(C, M) = R$$

$$\sqrt{(x_M - x_c)^2 + (y_M - y_c)^2} = R$$



ex : Trouver le centre et le rayon du cercle d'éq  $x^2 + y^2 + 6x + 2y = 50$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(x^2 + 6x)}_{\text{début d'un carré}} + \underbrace{(y^2 + 2y)}_{\text{début d'un carré}} = 50$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 - 9 + (y+1)^2 - 1 = 50$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 + (y+1)^2 = 60$$

C'est le cercle de centre

$$C(-3; -1)$$

de rayon  $\sqrt{60}$