

ans

$$(3) y'' - 3y' + 2y = e^x(1-2x)$$

HOM: $y_H = Ae^{2x} + Be^x$ où $A, B \in \mathbb{R}$

Sol part: ça ne marche pas avec $y_p = (ax+b)e^x$

donc $y_p = (ax^2+bx)e^x$ $y_p' = (2ax+b)e^x + (ax^2+bx)e^x$

$$y_p'' = 2ae^x + (2ax+b)e^x + (2ax+b)e^x + (ax^2+bx)e^x$$

$$y_p'' - 3y_p' + 2y_p = 2ae^x + (2ax+b)e^x + (2ax+b)e^x + (ax^2+bx)e^x$$

$$- 3(2ax+b)e^x - 3(ax^2+bx)e^x + 2(ax^2+bx)e^x$$

$$= 2ae^x - (2ax+b)e^x = (-2ax + 2a - b)e^x = (1-2x)e^x$$

$$\begin{cases} -2a = -2 & \Rightarrow a = 1 \\ 2a - b = 1 & b = 2a - 1 = 1 \end{cases}$$

$$y_p = (x^2+x)e^x$$

Sols de l'eq complète :

$$y = Ae^{2x} + Be^x + (x^2+x)e^x$$

$$(14) \quad x^3 y'' + 4x^2 y' + 2xy = 1$$

On vérifie que $f(x) = \frac{1}{x}$ est sol. Ok

\Rightarrow tous les $A \cdot \frac{1}{x}$ sont sol.

On cherche les sols de la forme $y(x) = \frac{A(x)}{x} = A(x) \cdot x^{-1}$

$$y' = \dots \quad y'' = \dots$$

On est conduit à l'équa diff $x^2 A'' + 2x A' = 1$

On pose $Z = A'$

$$\text{HOM} : \underline{Z_H} = B e^{\int \frac{2x}{x^2} dx} = B e^{-2 \ln x} = \underline{B x^{-2}}$$

$$\text{Sol partic MVC} \quad Z_p = B(x) x^{-2} \quad Z_p' = B'(x) x^{-2} - 2B(x) x^{-3}$$

$$x^2 Z_p' + 2x Z_p = B'(x) - 2B(x) x^{-1} + 2B(x) x^{-1} = 1 \Rightarrow B = x$$

$$\Rightarrow Z_p = x \cdot x^{-2} = \underline{x^{-1}} \quad \text{Eq complète: } \boxed{Z = B x^{-2} + x^{-1}} = A'$$

$$A'(x) = Bx^{-2} + x^{-1} \Rightarrow A(x) = B \int x^{-2} dx + \int \frac{1}{x} dx \\ = B \frac{x^{-1}}{-1} + \ln|x| + C$$

$$y = \frac{A(x)}{x} \Rightarrow y(x) = -\frac{B}{x^2} + \frac{\ln(x)}{x} + \frac{C}{x}$$

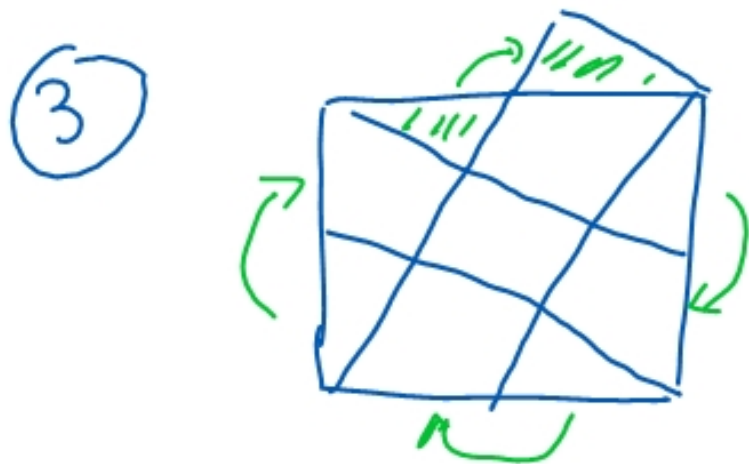
dm2 (1) $A = \frac{5^2 10^4}{125 \times 10^{-2}}$ $\sqrt{A} = ?$

$$A = \frac{5^2 10^4}{5^3 10^{-2}} = \frac{10^6}{5} \Rightarrow \sqrt{A} = \frac{10^3}{\sqrt{5}} \quad \text{car } \sqrt{10^6} = (10^6)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{6}{2}}$$

$$\textcircled{2} \quad 3x + \sqrt{10} \leq x\sqrt{10} + 3 \Leftrightarrow 3x - x\sqrt{10} \leq 3 - \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow x(3 - \sqrt{10}) \leq 3 - \sqrt{10} \Leftrightarrow \cancel{x \leq 1}$$

$$\sqrt{10} > \sqrt{9} = 3, \text{ donc } 3 - \sqrt{10} < 0 \quad \underline{x \geq 1}$$



il y a 5 petits carres, donc
la surface vaut $\frac{1}{5} \dots$

(9) M_1 : un lot de pièces en 5 heures \rightarrow $\frac{1}{5}$ de lot en 1 heure
 M_2 _____ en 7 heures $\frac{1}{7}$ _____ 1 heure

Les 2 machines en 1 heure: $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{7+5}{35} = \frac{12}{35}$ de lot en 1 heure

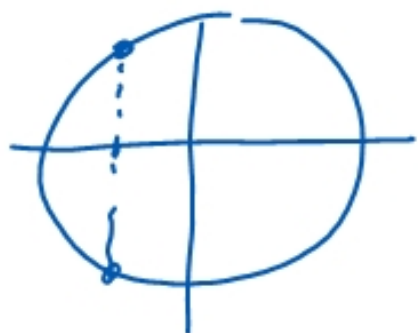
on multiplie par $\frac{35}{12}$ pour avoir 1 lot

$$\frac{36}{12} - \left(\frac{1}{12}\right) \text{ heures}$$

3 heures - 5 minutes ou 2h et 55 minutes

$$(f) \cos(2x) = -\frac{1}{2} \text{ sur }]-\pi, \pi]$$

$$\cos(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3}$$



$$2x = \pm \frac{2\pi}{3} \text{ modulo } 2\pi + 2k\pi$$

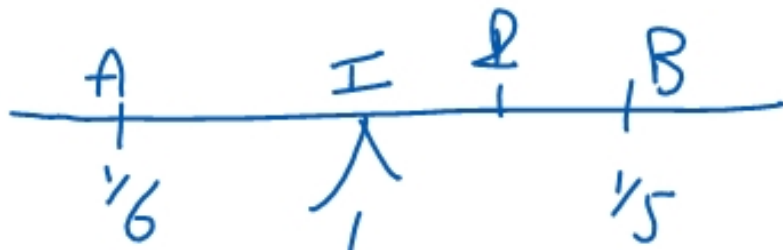
$$x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$\pm \frac{\pi}{3} \text{ et } \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{pour } k=1: \quad -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{pour } k=-1: \quad \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3}$$

(6)



$$I = \frac{A+B}{2} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{5}}{2} = \frac{\frac{11}{30}}{2} = \frac{11}{60}$$

P est le milieu de I, B

$$P = \frac{I+B}{2} = \frac{\frac{11}{60} + \frac{1}{5}}{2} = \frac{\frac{11+12}{60}}{2} = \frac{23}{120}$$

$$\vec{AP} = \frac{3}{4} \vec{AB}$$

$$\vec{AP} = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \frac{3}{4} \frac{6-5}{30} = \frac{3}{4 \cdot 30} = \frac{1}{40} = \vec{AP} \Rightarrow P = \frac{1}{40} + A$$

$$(7) \frac{x}{y} \leq 1 \Rightarrow x \leq y \quad \text{si } y > 0$$

$$\Rightarrow x < y \quad \text{si } y < 0$$

$$x \leq y \Rightarrow 3x \leq 4y \quad \text{pas qd } x \text{ et } y < 0$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$$

Oui !

$$(8) \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \frac{7 + 2\sqrt{35} + 5}{7 - 5} = \frac{12 + 2\sqrt{35}}{2}$$

$$(9) = \frac{2 \times 6 + 2\sqrt{35}}{2} = \frac{2(6 + \sqrt{35})}{2} = 6 + \sqrt{35}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1$$

$$\tan^2 x + 1 = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 1 = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

identité de tan x

$$(10) \quad \frac{-6}{x-3} < x+1 \Leftrightarrow -6 < \cancel{(x+1)(x-3)}$$

$$\Updownarrow$$

$f(x) = \frac{-6}{x-3} - (x+1) < 0$. On cherche les zéros de f , puis on fait un tableau de signe

$$f(x) = \frac{-6}{x-3} - (x+1) = \frac{-6 - (x+1)(x-3)}{x-3} = \frac{-6 - [x^2 - 2x - 3]}{x-3}$$

$$= \frac{-x^2 + 2x - 3}{x-3} \quad N(x)$$

$$\Delta = 4 - 12 < 0,$$

donc $N < 0, \forall x$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$-x^2 + 2x - 3$	-	-	-
$x-3$	-	+	+
$f(x)$	+	-	+

$$f =]3, +\infty[$$

Limites

I Opérations sur les limites

11. Calcul direct

$$\lim(f+g) = \lim f + \lim g \quad \text{sauf avec } +\infty + (-\infty), \\ -\infty + (+\infty)$$

$$\lim(f \cdot g) = (\lim f) \times (\lim g) \quad \text{sauf avec } 0 \times \infty \text{ et } \infty \times 0$$

$$\lim\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{\lim f}{\lim g} \quad \text{sauf avec } \frac{\infty}{\infty} \text{ et } \frac{0}{0}$$

$$\lim(b^g) = (\lim b)^{\lim g}$$

(si $b > 0$)

Avec f^g , on utilise

$$f^g = e^{g \ln(f)}$$

$$\text{car } e^{g \ln(f)} = e^{\ln(f^g)}$$

$$a \ln(b) = \ln(b^a)$$

$$e^{a \ln b} = b^a$$

$$\lim(b^g) = (\lim b)^{\lim g}$$

sauf pour

1^∞

Comment gérer les formes indéterminées ?

12 Mettre le plus grand au facteur

En $+\infty$: le plus grand entre x et x^2 est x^2

En 0 _____ x

$$\underline{\text{ex:}} \lim_{+\infty} \frac{2x+3x^2}{-x+x^2} = \lim_{+\infty} \frac{\cancel{x^2} \left(\frac{2}{x} + 3 \right)}{\cancel{x^2} \left(-\frac{1}{x} + 1 \right)} = \frac{0+3}{-0+1} = \underline{3}$$

$\frac{\infty}{\infty}$ F.I

$$\lim_{0} \frac{2x+3x^2}{-x+x^2} = \lim_{0} \frac{\cancel{x} (2+3x)}{\cancel{x} (-1+x)} = \frac{2+0}{-1+0} = \underline{-2}$$

$\frac{0}{0}$ F.I

1.3 Utilisation de la valeur absolue pour montrer qu'une limite vaut 0.

ex1: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = \frac{+1 \text{ ou } -1}{\infty}$ bnf

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0 \quad (\text{car } \frac{1}{\infty} = 0)$$

donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$

$\square \quad |f(x)| \rightarrow 0 \iff f(x) \rightarrow 0$

1.4 Théorème des gendarmes

ex1: $f(x) = \frac{\sin x}{x} \xrightarrow{+\infty} \frac{\text{pas de limite}}{+\infty} = ??$

$$\forall x > 0$$

$$-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x} = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0, \quad \text{donc} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

(T des gendarmes)

T des gendarmes: Si $\left| \begin{array}{l} f \leq g \leq h \\ \lim f = \lim h = l \end{array} \right.$ alors $\lim g = l$

T des gendarmes: Si $\left| \begin{array}{l} f \leq g \\ f \rightarrow +\infty \end{array} \right.$ alors $g \rightarrow +\infty$