

Suites et Series Géométriques au concours ATS

2016 Trouver les suites géométriques telles que $u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$

2009 $T_n(x) = \sum_{k=0}^n e^{2ikx}$ $S_n(x) = 2\operatorname{Re}(T_n(x)) - 1$

Calculer $T_n(x)$. En déduire que $\sum_{k=0}^n \cos(2kx) = \frac{\cos((n+1)x) \sin(n+1)x}{\sin x}$

(Rappel: $\sin p + \sin q = 2 \sin(\frac{p+q}{2}) \cos(\frac{p-q}{2})$ et $\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$)

Montrer que $S_n(x) = \frac{\sin((2n+1)x)}{\sin x} = 1 + 2 \sum_{k=1}^n \cos(2kx)$

2006 Evaluer $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k t^k$. En déduire une expression de $\frac{1}{1+t}$

2002 $t \in]0; \frac{\pi}{2}[$. En calculant de deux manières la partie imaginaire de

$\frac{e^{(2n+1)it}}{\sin^{2n+1} t} = \frac{(\cos t + i \sin t)^{2n+1}}{\sin^{2n+1} t}$, montrer que $\frac{\sin(2n+1)t}{\sin t} = \sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{2k+1} \cos^{n-k} t \sin^{n-k} t$

ou $P_n(x) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{2n+1}{2k+1} x^{n-k}$

2000 Trouver les suites géométriques $(z^k)_{k \in \mathbb{N}}$ vérifiant $x_k = (\cos \alpha) x_{k-1} - x_{k-2}$, $\forall k \geq 2$

• Montrer que si $\alpha \in \mathbb{N}^*$, $\sum_{k=0}^{2\alpha-1} e^{\frac{k\pi\alpha}{n+1}} = 0$

Pense 1 : Parmi les suites suivantes, lesquelles sont géométriques?

Q_1 : $u_n = 3 \times 2^n$; $v_n = 3 \times \frac{1}{2^n}$; $w_n = 3 \times \frac{1}{n^2}$; $x_n = \frac{3n}{2^n}$

Q_2 : les suites vérifiant $u_{n+1} = 3 \times u_n$

$v_{n+1} = 3n u_n$

$w_{n+1} = 3^n w_n$

Pense 2: Q_1 Calculer $2^7 + 2^8 + 2^9 + \dots + 2^{36}$

Q_2 Calculer $\cos(7x) + \cos(8x) + \cos(9x) + \dots + \cos(36x)$