

Polynômes

• \mathbb{N}_1 Division Euclidienne : $A \in \mathbb{R}[X], B \in \mathbb{R}[X]^*$. Existe un unique couple (Q, R) tel que $A = BQ + R$
 $\deg R < \deg B$

• \mathbb{N}_2 Quand α est racine de P , on peut factoriser par $X - \alpha$.

• DANGER: Quand on factorise $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, il ne faut pas oublier le a .

Exemple : $P(x) = 2x^2 - 6x + 4$. $\Delta = 4$ deux racis : 2 et 1

$$P(x) = 2(x-1)(x-2)$$

• Degré 2 : $\Delta = b^2 - 4ac$ racis : $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

• Degré 3 : On cherche une racine évidente entière (appelé α), puis on fait la division euclidienne par $X - \alpha$

Un bon truc : On cherche les racines évidentes entières d'un polynôme

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ parmi les diviseurs de a_0 .

Exemple : $P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$. S'il y a une racine entière de \mathbb{Z} , c'est un diviseur de -2 , c-à-d 1; -1; 2 ou -2

$$P(1) = P(-1) = -3 \quad P(2) = 8 - 4 - 2 - 2 = 0. \text{ On factorise par } X - 2$$

• Racines multiples : On pense à dériver

Si $P(a) = P'(a) = 0$, alors on peut factoriser par $(X-a)^2$

Si $P(a) = P'(a) = P''(a) = 0$, $(X-a)^3$

Exemple : 1 est racine double de $P(x) = X^n - nX + n - 1$

(avec $n \geq 2$) car $P(1) = P'(1) = 0$