

# Compte Rendu

On pose :

$$P(a,b) = a^3 + ab^2 - a^2 + ab - b^2$$

ou bien :

$$Q(x) = x^3 + (b-1)x^2 + (b^2-b)x - b^2$$

On cherche une racine évidente parmi les diviseurs de  $b^2$  :

$$\pm 1, \pm b \text{ et } \pm b^2$$

$$Q(1) = 1 + b - 1 + b^2 - b - b^2 = 0 \quad \text{Yes}$$

On divise par  $X-1$  (ou  $a-1$  !)

$$\begin{array}{r|l} a^3 + ab^2 - a^2 + ab - b^2 & a-1 \\ \hline -(a^3 - a^2) & a^2 + ab + b^2 \\ \hline ab^2 + ab - b^2 & \\ \hline -(ab^2 - ab) & \\ \hline ab^2 - b^2 & \\ \hline -(ab^2 - b^2) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Donc  $P(a,b) = (a-1)(a^2 + ab + b^2)$

$$\Delta = b^2 - 4b^2 = -3b^2 < 0$$

Il n'y a pas de racines dans  $\mathbb{R}$ . La factorisation est finie dans  $\mathbb{R}$

Dans  $\mathbb{C}$ , il y a 2 racines :  $\frac{-b \pm i\sqrt{3}b}{2}$ , donc

$$P(a,b) = (a-1) \left( a - \frac{-b + i\sqrt{3}b}{2} \right) \left( a - \frac{-b - i\sqrt{3}b}{2} \right) \quad \text{dans } \mathbb{C}$$