

Résumé

FORMULES DE CHANGEMENT DE BASE :

POUR LES VECTEURS : $X = P_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}'} X'$

où X et X' sont les coordonnées respectivement dans \mathcal{B} et \mathcal{B}' d'un vecteur \vec{x}
et où $P_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}'}$ est la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' .

POUR LES MATRICES D'ENDOMORPHISME : $A' = P^{-1}AP$

où A et A' sont les matrices respectivement dans \mathcal{B} et \mathcal{B}' d'un endomorphisme f
et où P est la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' .

DEFINITIONS :

NOYAU : $\vec{u} \in \text{Ker}(f) \iff f(\vec{u}) = \vec{0}$

IMAGE : $\vec{v} \in \text{Im}(f) \iff \exists \vec{u} / f(\vec{u}) = \vec{v}$

MATRICE DE PASSAGE : $P_{\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}'} = \begin{pmatrix} \text{coord} & \text{coord} & \text{coord} \\ \text{de} & \text{de} & \text{de} \\ \vec{u} & \vec{v} & \vec{w} \\ \text{dans } \mathcal{B} & \text{dans } \mathcal{B} & \text{dans } \mathcal{B} \end{pmatrix}$ où $\mathcal{B}' = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

MATRICE D'UN ENDOMORPHISME : $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} \text{coord} & \text{coord} & \text{coord} \\ \text{de} & \text{de} & \text{de} \\ f(\vec{u}) & f(\vec{v}) & f(\vec{w}) \\ \text{dans } \mathcal{B} & \text{dans } \mathcal{B} & \text{dans } \mathcal{B} \end{pmatrix}$ où $\mathcal{B} = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

VECTEURS PROPRES ET VALEURS PROPRES : $f(\vec{u}) = a \vec{u}$

\vec{u} est un vecteur propre (non nul) et a est la valeur propre associée.

POLYNOME CARACTERISTIQUE : $P(X) = \det(A - XI)$

COMPOSEE : $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f \circ g) = \text{Mat}_{\mathcal{B}}(f) \times \text{Mat}_{\mathcal{B}}(g)$

Donc si $A = \text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$, alors $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(f^{(n)}) = A^n$ où $f^{(n)}$ désigne la composée n fois de f par f .

D
I
A
G
O
N
A
L
I
S
A
T
I
O
N

Toute matrice symétrique est diagonalisable

Si le polynôme caractéristique de A est scindé à racines simples, alors A est diagonalisable.

La matrice A est diagonalisable si et seulement si
le polynôme caractéristique de A est scindé et la dimension de
chaque espace propre est égale à la multiplicité de chaque valeur propre correspondante.

$1 \leq \dim(\text{espace propre}) \leq \text{multiplicité}(\text{valeur propre correspondante})$

D
E
T
E
R
M
I
N
A
N
T

La matrice A est inversible $\iff \det(A) \neq 0$

$\mathcal{B}' = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n)$ est une base de $\mathbb{R}^n \iff \det(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n) \neq 0$

$f \in \mathcal{L}(E)$ est bijective $\iff \det(f) \neq 0 \iff \text{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$ est inversible.