

DM15 les droites au concours ATS

(2016 a déjà été fait. Faire les autres)

Pour le vendredi 13 Mars

2012

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on considère la courbe \mathcal{P} de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = t^2 \\ y = t \end{cases}, t \text{ étant un paramètre réel.}$$

1. Reconnaître la nature de cette courbe.
2. Donner les composantes d'un vecteur tangent $\vec{T}(t)$ et d'un vecteur normal $\vec{N}(t)$ au point $M(t)$ de paramètre t de la courbe \mathcal{P} .

On considère deux points quelconques A et B de cette courbe qui correspondent respectivement à deux valeurs distinctes a et b du paramètre t .

3. Donner une équation de la droite T_A tangente au point A à la courbe \mathcal{P} . Déterminer les coordonnées de l'intersection A' de T_A avec l'axe des abscisses.

De même, donner une équation de la tangente T_B au point B à la courbe \mathcal{P} et Déterminer les coordonnées de l'intersection B' de T_B avec l'axe des abscisses.

4. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.
5. Déterminer les coordonnées du point M , point d'intersection des deux tangentes T_A et T_B .
6. Comparer les ordonnées des points I et M .
7. Déterminer les coordonnées du point C qui appartient à la courbe \mathcal{P} et dont l'ordonnée est égale à celle de I .
8. Démontrer que la tangente T_C en C à la courbe \mathcal{P} est parallèle à la droite (AB) .

2013

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$$

3. Montrer que le vecteur \vec{i} de composantes $(-\cos(t), \sin(t))$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe C au point $M(t)$. Donner les composantes d'un vecteur \vec{n} orthogonal à \vec{i} . En déduire qu'une équation de la tangente T au point $M(t)$ de la courbe C est $X \sin(t) + Y \cos(t) = \sin(t) \cos(t)$.

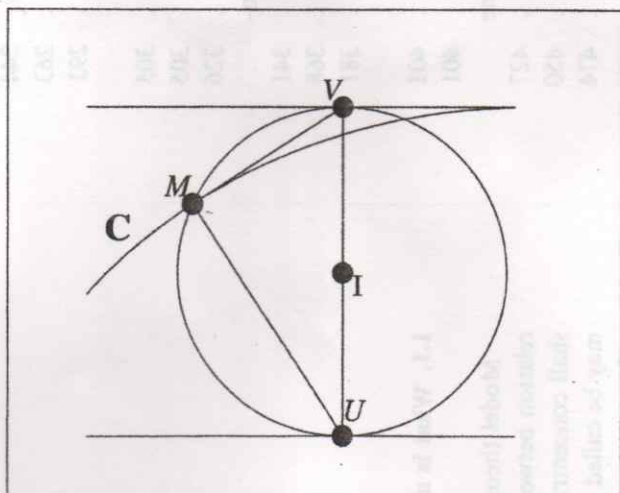
4. Pour $t \in]0, \frac{\pi}{2}[$ donner les coordonnées $A(t)$ du point d'intersection de T avec l'axe $(x'x)$ et de $B(t)$ point d'intersection de T avec l'axe $(y'y)$. [On posera $A(0) = (1, 0)$, $B(0) = (0, 0)$, $A(\pi/2) = (0, 0)$, $B(\pi/2) = (0, 1)$]. Que peut-on dire de la distance AB ?

2014

$$\begin{cases} |x(\alpha)| = \alpha - \sin(\alpha) \\ |y(\alpha)| = 1 - \cos(\alpha) \end{cases}$$

On suppose maintenant que $\alpha \in]0, \pi[$. On note M le point $M(\alpha)$ de C .

- 3.a. Donner les composantes d'un vecteur directeur \vec{i} de la tangente T à C en M , et d'un vecteur directeur \vec{n} de la normale N à C en M .

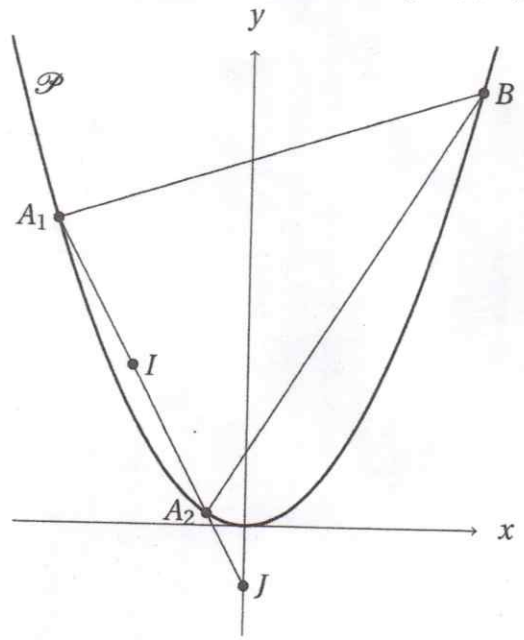


- 3.b. Donner une équation de la droite N normale à C en M . Déterminer les coordonnées du point U , intersection de N avec l'axe (Ox) .

- 3.c. Donner une équation de la droite T tangente à C en M . Déterminer les coordonnées du point V , intersection de T avec la droite d'équation $y = 2$.

ATS/2015

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la parabole \mathcal{P} d'équation $y = x^2$, ou encore de représentation paramétrique (t, t^2) pour $t \in \mathbb{R}$.



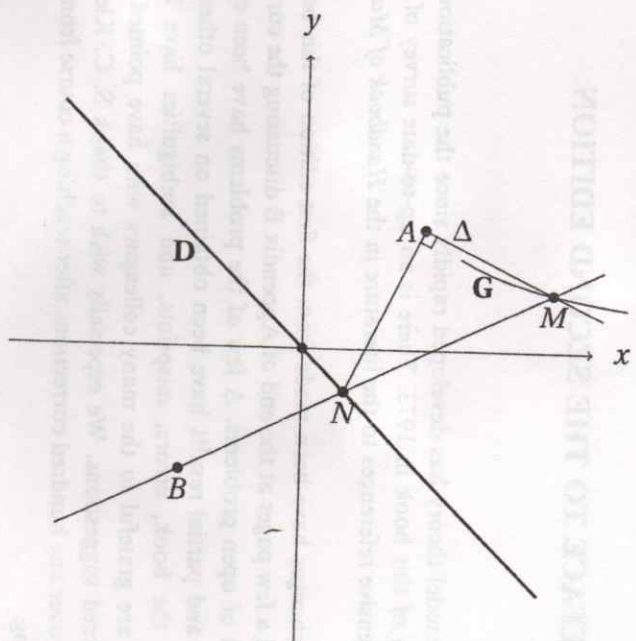
1. Pour un réel a non nul, soit $A(a, a^2)$ un point de la parabole \mathcal{P} . Donner les composantes d'un vecteur tangent à \mathcal{P} en a .
2. Donner une équation cartésienne de la droite D normale à la parabole \mathcal{P} en $A(a, a^2)$.
3. La droite D normale à la parabole \mathcal{P} et passant par $A(a, a^2)$ coupe \mathcal{P} en $A(a, a^2)$ et en un deuxième point $B(b, b^2)$.
Montrer que $b = -a - \frac{1}{2a}$.

ATS/2016

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(1, 1)$, $B(-1, -1)$ et la droite D d'équation $y = -x$.

Pour un point N de D de coordonnées $(t, -t)$, on considère la droite (BN) , la droite (AN) , et la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AN) .

Le point M est l'intersection, si elle existe, de la droite (BN) et de la droite Δ .



1. En fonction de t , donner une équation cartésienne de la droite (BN) .
2. En fonction de t , donner les composantes du vecteur \vec{AN} .
3. En fonction de t , donner une équation cartésienne de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à la droite (AN) .
4. Pour quelles valeurs de t les droites (BN) et Δ sont-elles parallèles? On trouvera deux valeurs notées dans la suite t_1 et t_2 .

5. Calculer en fonction de t les coordonnées du point M en résolvant le système formé par les équations des droites (BN) et Δ pour $t \in \mathbb{R} \setminus \{t_1, t_2\}$.