

$$\text{Poser : } I = \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$$

Avec le critère de Riemann : $x^2 \cdot \frac{\ln x}{x^3} = \frac{\ln x}{x} \xrightarrow{+\infty} 0$ (TCC), donc $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$

Sans le critère de Riemann : $x^2 \cdot \frac{\ln x}{x^3} = \frac{\ln x}{x} \xrightarrow{+\infty} 0$ (TCC)

donc, il existe $A > 0$, tel que $\forall x \geq A \quad 0 \leq x^2 \cdot \frac{\ln x}{x^3} \leq 1$

$$\Rightarrow \forall x \geq A \quad \frac{\ln x}{x^3} \leq \frac{1}{x^2}$$

$\int_A^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ CV (Riemann) $\Rightarrow \int_A^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$ CV (T de comparaison)

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx \text{ CV}$$

$$J = \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

Avec : $x^{1.5} \cdot \frac{\ln x}{x^2} = \frac{\ln x}{x^{0.5}} \xrightarrow{+\infty} 0$ (TCC), donc $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$ CV