

$f(x) = \frac{2x^2}{\ln(1+x)}$  (1) Ensemble de def?

(2) Continuité? prolongement en 0?

(3) Dérivabilité sur  $]-1, +\infty[$ ? (90% de la tpe en 0)

(5) Est-elle de classe  $C^1$  sur  $\mathbb{R}$ ? position / tpe

(1)  $\ln(1+x)$  est définie pdt  $1+x > 0$  c-à-d  $x > -1$

et  $\ln(1+x)$  s'annule pdt  $x=0$  donc  $D_f = ]-1, 0[ \cup ]0, +\infty[$

(2) Pour  $x \in D_f$ ,  $f$  est continue comme quotient (dont le dénominateur ne s'annule pas) de fonctions continues

Problème en 0:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x + o(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{1 + o(1)} = \frac{0}{1} = 0$

Donc  $f$  est prolongable par continuité en 0. On pose  $f(0) = 0$

(3) Pour  $x \in ]-1, +\infty[ \setminus \{0\}$ ,  $f$  est dérivable comme ...

et  $f'(x) = \frac{4x \ln(1+x) - 2x^2 \frac{1}{1+x}}{\ln^2(1+x)} = \frac{4x(1+x)\ln(1+x) - 2x^2}{(1+x)\ln^2(1+x)}$

Problème en 0:  $\frac{2x^2}{\ln(1+x)} = \frac{2x^2}{x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)}$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \\ \ln^2(1+x) \\ \hline \ln^2(1+x) - x^2 + o(x^2) \\ \hline x^3 + o(x^3) \\ \hline x^3 - \frac{x^4}{2} + o(x^4) \\ \hline \frac{x^4}{2} + o(x^4) \end{array}$$

$2x^2 = (x - \frac{x^2}{2} + o(x^2))(2x + x^2) + \frac{x^4}{2} + o(x^4)$

$\frac{2x^2}{x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)} = 2x + x^2 + o(x^2)$

$f'(0) = 2$

tpe:  $y = 2x$

combe au dessus au  $x^2 > 0$

5)  $f$  est de classe  $C^1$  sur  $] -1, +\infty[ \setminus \{0\}$  comme ...

(Rappel: Classe  $C^1$  = dérivable + dérivée continue)

Montrons que  $f$  est continue en 0, c'est à dire  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$  (ici 2)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{4x(1+x)\ln(1+x) - 2x^2}{(1+x)\ln^2(1+x)} = \frac{(4x+4x^2)(x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)) - 2x^2}{(1+x)(x^2 - x^3 + o(x^3))} \\ &= \frac{4x^2 - 2x^3 + 4x^3 + o(x^3) - 2x^2}{x^2 + x^3 + o(x^3)} = \frac{2x^2 + 2x^3 + o(x^3)}{x^2 + o(x^2)} = \frac{2 + 2x + o(x)}{1 + o(x)} \rightarrow 2 \end{aligned}$$

Donc  $f$  est bien aussi continue en 0.  $\boxed{f \text{ est de classe } C^1}$

Quelle est l'éq de la droite  $D$  orthogonale à la droite  
 $\Delta$  d'éq  $x + 2y = 10$  passant par le point  $A = (2, 4)$

Un vecteur  $\perp$  à  $\Delta$  est  $\vec{u} = (1, 2)$ .

C'est un vecteur directeur de  $D$ ; de pente 2, donc

$D$  a pour eq  $y = 2x + b$

$D$  passe par le point  $A$ :  $4 = 2 \cdot 2 + b \Rightarrow b = 0$

$$\boxed{D: y = 2x}$$