

Fonctions de classe C^k

def: f est continue en $a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

def: f est dérivable en $a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+a) - f(a)}{x}$ existe et est finie

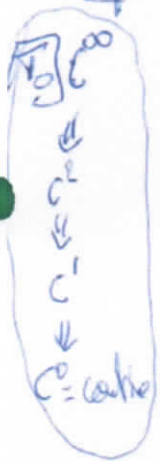
on note dans $l = f'(a)$,

def: f est de classe C^1 sur l'intervalle $I \Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ est dérivable} \\ \text{et} \\ f' \text{ est continue} \end{cases}$

f est de classe C^2 $\Leftrightarrow \begin{cases} f \text{ est dérivable 2 fois} \\ \text{et} \\ f' \text{ et } f'' \text{ sont continues} \end{cases}$

f est de classe C^∞ $\Leftrightarrow f$ est dérivable un ∞ de fois

(f est de classe C^0 $\Leftrightarrow f$ est continue)



T₁ Taylor: Si f est de classe C^n au voisinage de x_0 , alors

$$f(x) = f(x_0) + (x-x_0)f'(x_0) + \dots + (x-x_0)^n \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} + O(|x-x_0|^{n+1})$$

cf: $f(x) = f(x_0) + (x-x_0)f'(x_0)$ est l'eq de la tgt en x_0

T₂ Somme, produit, quotient (den $\neq 0$), composée de $f, g \in C^n$ est C^n

T₃ Les fonctions puissance, Ln, exp, cos, sin sont C^∞ sur leur ensemble de def

T₄ LAF: Si f est de classe C^1 sur $[a, b]$, alors
 $\forall x, y \in [a, b], |f(y) - f(x)| \leq \sup_{a \leq t \leq b} |f'(t)| \cdot |y - x|$

T₅ T de Darboux: Si f est périodique et de classe C^1 par morceaux, alors $S_f(x) = \frac{f(x) + f(x+T)}{2}$ ($= f(x)$ qd f est continue)

T₆ Taylor pour les fonctions de 2 variables

T₇ Schwarz: Si $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ est de classe C^2 , alors $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}$

T₈ Séries Entières: Si $\sum a_n x^n = S(x)$ est de rayon R , alors S est de classe C^∞ sur $] -R, R[$