

SERIES DE FOURIER

1. Coefficients et série.

Si f est périodique, $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, et continue par morceaux, alors on peut développer.

f 2π -périodique

coefficients.

$$a_0(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{|2\pi|} f(t) dt$$

$$a_n(f) = \frac{1}{\pi} \int_{|2\pi|} f(t) \cos nt dt$$

$$b_n(f) = \frac{1}{\pi} \int_{|2\pi|} f(t) \sin nt dt$$

Série de Fourier.

$$S(f)(x) = a_0 + \sum_1^{+\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

Fonction paire

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi ; a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi ; b_n = 0.$$

Fonction impaire

$$a_n = 0 \text{ et } b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi$$

f T -périodique

coefficients.

$$a_0(f) = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt$$

$$a_n(f) = \frac{2}{T} \int_{|T|} f(t) \cos n\omega t dt$$

$$b_n(f) = \frac{2}{T} \int_{|T|} f(t) \sin n\omega t dt$$

Série de Fourier.

$$S(f)(x) = a_0 + \sum_1^{+\infty} (a_n \cos n\omega x + b_n \sin n\omega x)$$

Fonction paire

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} ; a_0 = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} ; b_n = 0.$$

Fonction impaire

$$a_n = 0 \text{ et } b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2}$$

a_0 est appelé la **valeur moyenne**.

La **valeur efficace** est : $\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |f|^2}$

2. Règles de convergence.

Notations : $f(a^+)$ et $f(a^-)$

Déf : f est **C^1 par morceaux** ssi il existe des intervalles $[a_i, a_{i+1}]$ tels que f est C^1 sur $]a_i, a_{i+1}[$, prolongeable C^1 sur $[a_i, a_{i+1}]$, ceci pour tout i .

T de Dirichlet Si f est T -périodique et C^1 par morceaux, alors :

$Sf(a)$ CV pour tout a vers $\frac{f(a^+) + f(a^-)}{2}$.

De plus, si f est C^1 par morceaux et continue, alors

$Sf(a)$ CV pour tout a vers $f(a)$

Formule de Parseval: Si f est T -périodique et continue par morceaux, alors $\frac{1}{T} \int_0^T |f|^2 = |a_0|^2 + \frac{1}{2} \sum_1^\infty (|a_n|^2 + |b_n|^2)$