

definitions Ensemblistes

def Prototypes

$f \in \mathcal{L}(E, F)$
 $\text{Ker}(f) = \{ \vec{u} \in E / f(\vec{u}) = \vec{0} \}$

$\vec{u} \in \text{Ker}(f) \Leftrightarrow f(\vec{u}) = \vec{0}$

$f \in \mathcal{L}(E, F)$
 $\text{Im}(f) = \{ f(\vec{u}) / \vec{u} \in E \}$

$\vec{v} \in \text{Im}(f) \Leftrightarrow \exists \vec{u} \in E / f(\vec{u}) = \vec{v}$

$\text{Vect}(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p) = \{ a_1 \vec{e}_1 + \dots + a_p \vec{e}_p / (a_i) \in \mathbb{R}^p \}$

$\vec{u} \in \text{Vect}(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p) \Leftrightarrow$
 $\exists (a_1, \dots, a_p) \in \mathbb{R}^p / \vec{u} = a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2 + \dots + a_p \vec{e}_p$

La famille $(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$ est génératrice (de E)
 (ou engendre E)

La famille $(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$ est génératrice (de E)

$\Leftrightarrow E = \text{Vect}(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$

$\Leftrightarrow \forall \vec{u} \in E, \exists (a_1, \dots, a_p) \in \mathbb{R}^p /$
 $\vec{u} = a_1 \vec{e}_1 + \dots + a_p \vec{e}_p$

La famille $(\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_p)$ est libre (dans E)

\Leftrightarrow Si $a_1 \vec{e}_1 + \dots + a_p \vec{e}_p = \vec{0}$, alors $a_1 = \dots = a_p = 0$

Une base de E est une famille libre et génératrice

Une base de \mathbb{R}^n est une famille de n vecteurs libres

E et F sont 2 sev de G
 $E+F = \{ \vec{u} + \vec{v} / \vec{u} \in E \text{ et } \vec{v} \in F \}$

E et F sont 2 sev de G
 $\vec{a} \in E+F \Leftrightarrow \exists \vec{u} \in E, \exists \vec{v} \in F / \vec{a} = \vec{u} + \vec{v}$

E et F sont 2 sev de G
 $G = E \oplus F \Leftrightarrow \begin{cases} G = E + F \\ E \cap F = \{ \vec{0} \} \end{cases}$
 Si G est de dimension finie (genre \mathbb{R}^n)
 $G = E \oplus F \Leftrightarrow \begin{cases} \dim(G) = \dim(E) + \dim(F) \\ E \cap F = \{ \vec{0} \} \end{cases}$

E et F sont 2 sev de G