

CESI 2016

1. Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto f(x) = \sqrt{x} + \ln(x)$.
2. Quelles sont les solutions de l'équation : $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
3. Quelles sont les solutions du système :
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy = 0 \end{cases} .$$
4. Factoriser le polynôme : $(9x + 6)(x + 2) + 9x^2 - 4$.
5. Quelle est la solution comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ de l'équation $\tan(x) = \sqrt{3}$.
6. Quelles sont les limites en 0 et en $\pm\infty$ de la fonction $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}$.
7. Calculer $\int \frac{2x+1}{x^2+1} dx$.
8. Donner une équation de la droite (D) passant par les points A(1;5) et B(2;7)
9. Donner une équation cartésienne du cercle de centre C(1;2) et de rayon R = 3.
10. Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
11. Développer $\sin(x - \frac{5\pi}{6})$.
12. Décomposer en éléments simples la fraction $\frac{x^2+2x+2}{x+1}$.
13. Résoudre le système
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ -2x + 3y - z = 0 \end{cases} .$$
14. Résoudre l'inéquation (E) $\frac{x^2-9}{x+1} \leq 0$.
15. Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto f(x) = x^2\sqrt{1+x^2}$.
16. Calculer la dérivée de la fonction $f : x \mapsto f(x) = (x+3)\sqrt{5x^2+1}$.
17. $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ m \\ -1 \end{pmatrix}$. Trouver le réel m tel que $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} 14 \\ -2 \\ 18 \end{pmatrix}$.

18. Donner une équation cartésienne du plan (P) parallèle à Ox et passant par les points A(0 ;2;1) et B(0 ;1;0).

(D) est la droite du plan xOy d'équation $y = 2-x$. Le plan (P) et la droite (D) sont-ils parallèles ? Dans le cas contraire, donner les coordonnées du point d'intersection de (P) et (D).

19. Donner le module et l'argument du complexe $z = -2 + 2i$.

20. Donner les limites en 0, en 1 et en $\pm\infty$ de $\frac{8x^3+x^2+7}{4x^3+x}$.

21. $x > 0$. Calculer $\int \frac{1}{x(x+1)} dx$.

22. Quel est le module et l'argument de $z = \sqrt{3} - i$.

23. Calculer le produit des deux complexes $z_1 = 2 + 3i$ et $z_2 = 4 - 3i$.

24. Donner le module et l'argument de $z = -3\sqrt{3} + 9i$.

25. Intégrer l'équation différentielle : $y'(x) = 3y(x) - 10e^{4x}$.

26. (u_n) est une suite arithmétique de raison r. $u_0 = 5$ et $u_9 = 21$. Quelle est la valeur de r ?

27. Dans \mathbb{R}^3 , on considère les points A(1 ;2 ;3) ; B(2 ;3 ;4) et C(-3 ;-2 ;-1).
Quelles sont les coordonnées du point K défini par $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

28. Soit (C) la courbe représentative de la fonction $y = f(x) = \frac{4x+11}{x+4}$ dans un repère xOy.
On définit un nouveau repère XO'Y avec les règles suivantes :
O'(1 ;3) O'X est parallèle à Ox O'Y est parallèle à Oy
Soit $Y=g(X)$ l'expression de (C) dans le repère XO'Y. Expliciter la fonction g.

29. Trouver les racines du polynôme $P(X) = (1 + i)z^2 + (3 + 3i)z + 4 - 2i$.

30. Que vaut $I = \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \text{Arctan}(\sin(x)) dx$?

31. Donner la différentielle de $f(x, y) = 2e^x + \ln(y^2) + 3xy$.

32. (P) est le plan d'équation cartésienne $y + z = 4$. (D) est la droite passant par les points A(1 ;0 ;0) et B(1 ;1 ;1).

Donner les coordonnées du point d'intersection de (P) et de (D).

33. Soit (u_n) la suite de terme général $u_n = \sqrt{n^2 + n} - n$. Quelle est la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$?