

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

FIP

Samedi 11 mai 2013

Exercice 1

A) Première partie

On considère l'équation différentielle (E) :

$$xy' + 2y = \frac{1}{x^2}$$

dans laquelle y est une fonction de la variable réelle x , définie et dérivable sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

1. Résoudre l'équation différentielle (e) : $xy' + 2y = 0$.
2. Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \frac{\ln x}{x^2}$, où \ln désigne le logarithme népérien.
Vérifier que g est une solution particulière de l'équation (E).
3. Donner la solution générale de (E).
4. Déterminer la fonction f , solution de (E), qui vérifie $f(1) = 1$.

B) Deuxième partie

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Etude de la fonction f .
 - a) Étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$. En déduire que (C) admet deux asymptotes dont on donnera les équations.
 - b) Montrer que $f'(x)$ est du signe de $-(1 + 2 \ln x)$. En déduire que f est croissante sur l'intervalle $\left]0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right[$.
 - c) Dresser le tableau de variation de f .
 - d) Tracer (C) (unité graphique : 4 cm) (on donnera son allure : $e \approx 2.7$ et $\sqrt{e} \approx 1.6$).
2. Soit k la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $k(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$.
Calculer $k'(x)$. En déduire une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
3. Soit \mathcal{A} l'aire exprimée en cm^2 du domaine plan délimité, sur la figure, par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \frac{1}{e}$ et $x = 1$.
Calculer la valeur exacte de \mathcal{A} .

Exercice 2

A) Première partie

On considère l'équation différentielle (E) : $x'' + 2x' + 5x = 40te^{-t}$ où x est une fonction de la variable réelle t .

1. Résoudre l'équation différentielle (e) : $x'' + 2x' + 5x = 0$.
2. Déterminer une solution particulière de (E), qu'on notera $f(t)$, de la forme $f(t) = \alpha te^{-t}$ où α désigne un nombre réel.
3. En déduire l'ensemble des solutions de (E).
4. Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 10te^{-t} dt$. On donnera sa valeur exacte.

B) Deuxième partie

Parmi les primitives sur l'intervalle $]0; +\infty[$ de la fonction définie par $t \mapsto \frac{t^2 - 1}{t(t^2 - t + 1)}$, on se propose de calculer celle qui s'annule pour la valeur $t = 1$.

On appelle $g(t)$ cette primitive.

1. Vérifier que, pour tout t non nul :

$$\frac{t^2 - 1}{t(t^2 - t + 1)} = -\frac{1}{t} + \frac{2t - 1}{t^2 - t + 1}$$

2. Calculer les primitives sur $]0; +\infty[$ de la fonction $t \mapsto \frac{t^2 - 1}{t(t^2 - t + 1)}$.
3. En déduire la fonction $g(t)$.

C) Troisième partie

Soit dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 4 cm), la courbe (C) définie par la représentation paramétrique :

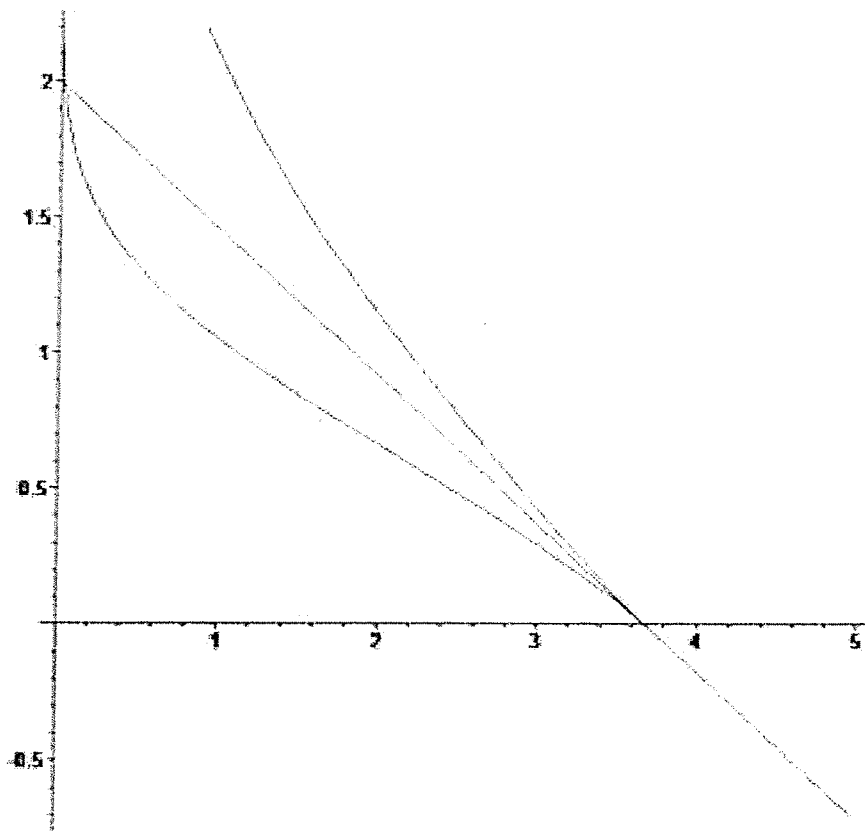
$$\begin{cases} x = f(t) = 10te^{-t} \\ y = g(t) = \ln\left(t - 1 + \frac{1}{t}\right) \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g .
2. Etudier les variations sur l'intervalle $]0; +\infty[$ des fonctions f et g , et rassembler les résultats dans un tableau semblable au tableau suivant :

t	0	1	$+\infty$
signe de $x'(t)$			
variations de $x(t)$			
signe de $y'(t)$			
variations de $y(t)$			

3. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ et $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t)$, puis $\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$ et $\lim_{t \rightarrow 0} g(t)$. En déduire que les branches infinies admettent une même asymptote dont on donnera l'équation.
4. Calculer la limite du rapport $\frac{g'(t)}{f'(t)}$ lorsque $t \rightarrow 1$. On admettra que cette limite est le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe (C) au point de paramètre $t = 1$.
Ecrire une équation de cette tangente.

5. A l'aide du graphique ci-dessous et des questions précédentes déterminer les positions relatives de l'arc rentrant ($t < 1$), de l'arc sortant ($t > 1$), et de la tangente (T) au point de paramètre $t = 1$.



Exercice 3

1. Calcul de $A = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{1-x^4}$.

- a) Déterminer les réels a , b , c et d tels que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, +1\}$ on aie :

$$\frac{1}{1-x^4} = \frac{a}{1-x} + \frac{b}{1+x} + \frac{cx+d}{1+x^2}.$$

- b) Calculer A .

2. On se propose de calculer $I = \iint_{(D)} y^2 dx dy$ où (D) est le domaine compris entre la droite d'équation $(y = 2 - x)$ et la parabole d'équation $(y = x^2)$.

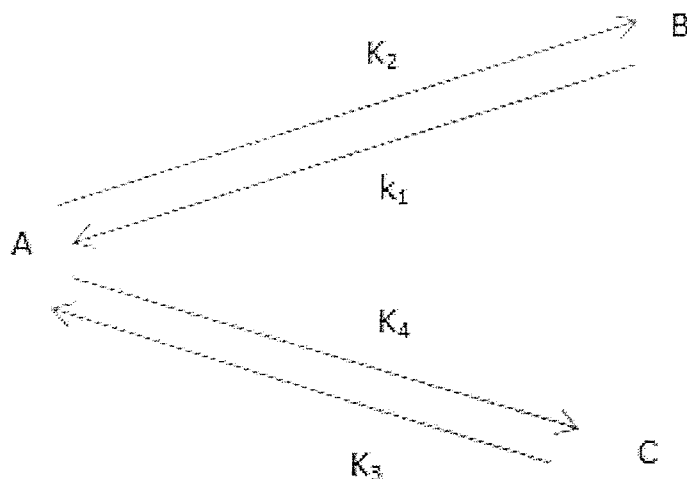
- a) Représenter le domaine (D) dans un repère orthonormé.

b) Calculer $f(x) = \int_{x^2}^{2-x} y^2 dy$.

c) Calculer $I = \int_{-2}^1 f(x) dx$.

Exercice 4

On étudie des réactions chimiques au cours desquelles un corps A subit des transformations selon le schéma suivant :



k_1, k_2, k_3, k_4 sont les constantes de vitesse.

On note $x(t), y(t), z(t)$ les concentrations respectives des produits A, B, C à un instant t donné (t exprimé en minutes).

Les conditions initiales sont : $x(0) = 1, y(0) = 0$ et $z(0) = 0$.

On dispose au-dessus de la cuve où a lieu la réaction une burette par laquelle on verse du produit A à une vitesse constante dans la cuve.

Dans ces conditions expérimentales, les fonctions x, y, z définies sur l'intervalle $[0; +\infty[$ vérifient le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 1 - 2x + y + z \\ \frac{dy}{dt} = x - y \\ \frac{dz}{dt} = x - z \end{cases}$$

A) Première partie

1. Calculer $\frac{d}{dt}[x + y + z]$ et, à l'aide des conditions initiales, en déduire que $y(t) + z(t) = 1 + t - x(t)$.

2. Démontrer que x est solution de l'équation différentielle (E) : $\frac{dx}{dt} + 3x = 2 + t$.

3. Résolution de l'équation (E).

a) Déterminer une fonction affine x_0 solution particulière de l'équation (E).

b) Résoudre alors l'équation (E).

c) Déterminer la solution particulière x_1 de l'équation (E) vérifiant la condition initiale $x_1(0) = 1$.

4. Démontrer que $\frac{d}{dt}[y - z] + y - z = 0$, et en déduire que $y = z$. Des questions précédentes déduire l'expression de $y(t)$ et $z(t)$.

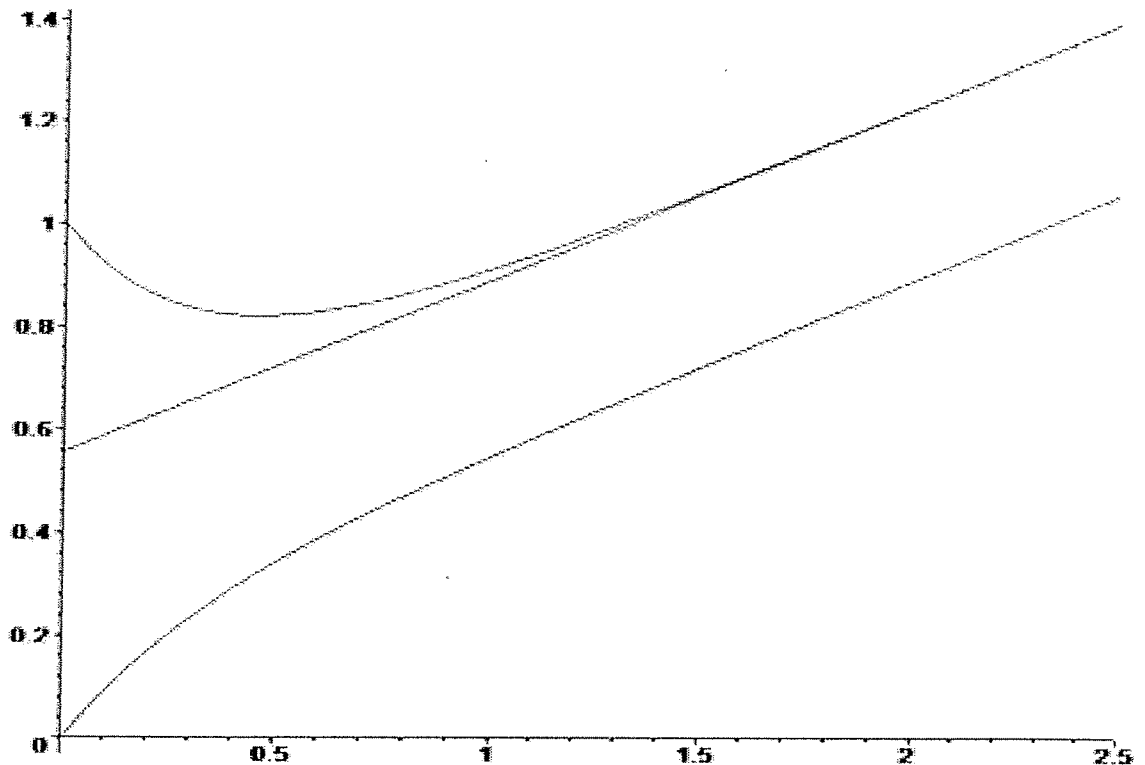
B) Deuxième partie

On considère maintenant la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(t) = \frac{5}{9} + \frac{1}{3}t + \frac{4}{9}e^{-3t}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité graphique 5 cm).

1. Calculer $f'(t)$ et étudier les variations de la fonction f en justifiant clairement l'étude du signe de la dérivée.
2. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{3}t + \frac{5}{9}$ est asymptote à la courbe (C). Préciser la position de la courbe par rapport à son asymptote.
3. Le graphique ci-dessous représente les fonctions f et g . Préciser alors graphiquement à partir de quel instant α on aura retrouvé la concentration initiale en produit A.



Exercice 5

1. Donner une expression la plus simple possible des nombres complexes suivants :

$$z_1 = (1 + 3i)(2 - i) \qquad z_2 = \frac{2 + 3i}{5 - i} \qquad z_3 = \left(\frac{1 - i}{i}\right)^3.$$

2. Donner le module et l'argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$\begin{aligned} z_1 &= 1 - i\sqrt{3} & z_2 &= -\sqrt{6} - i\sqrt{2} & z_3 &= -2 \\ z_4 &= \frac{\sqrt{2}}{1 - i} & z_5 &= \frac{z_1}{z_2} & z_6 &= z_4^6. \end{aligned}$$

3. Résoudre dans \mathbb{C} les équations :

a) $(2z + 1)^4 = (z - 1)^4.$

b) $z^5 = \frac{(1 - 2\sqrt{3} + i(2 + \sqrt{3}))^7(4 - 4i)^4}{(2 - i)^7(\sqrt{2} + i\sqrt{6})^2}$

4. Pour $u = e^{\frac{2i\pi}{7}}$ on pose $S = u + u^2 + u^4.$

a) Calculer $S + \bar{S}$ et $S\bar{S}.$

b) Vérifier que $\sin \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7} > 0.$

c) En déduire que $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{8\pi}{7} = -\frac{1}{2}$ et calculer $\sin \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7}.$

⊙ ⊙ ⊙ ⊙ ⊙

⊙ ⊙ ⊙

⊙

FIN

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it})$, $\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$

$\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$, $\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it})$

$e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$, où $\alpha = \alpha + i\beta$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t} = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0$.

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

f(t)	f'(t)	f(t)	f'(t)
ln t	1/t	ch t	sh t
e ^t	e ^t	sh t	ch t
t ^α (α ∈ ℝ)	α t ^{α-1}	Arcsin t	1/√(1-t ²)
sin t	cos t	Arc tan t	1/(1+t ²)
cos t	-sin t	e ^{at} (a ∈ ℂ)	a e ^{at}
tan t	1/cos ² t = 1 + tan ² t		

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = k u'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u) u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^v)' = a u^{v-1} u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur [a, b] :

$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

Intégration par parties :

$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t) dt$

d) Développement limités

$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \epsilon(t)$

$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + t^n \epsilon(t)$

$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \epsilon(t)$

$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \epsilon(t)$

$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \epsilon(t)$

$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + t^n \epsilon(t)$

e) Equations différentielles

Equations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{\eta_1 t} + \mu e^{\eta_2 t}$ où η_1 et η_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu)e^{\eta t}$ où η est la racine double de l'équation caractéristique
$ax'' + bx' + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)]e^{\alpha t}$ où $\eta_1 = \alpha + i\beta$ et $\eta_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant Δ	

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$, où $a > 0$ et $b > 0$

$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$

$a^t = e^{t \ln a}$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$

$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

$e^{it} = \cos t + i \sin t$

$\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it})$, $\text{ch } t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$

$\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$, $\text{sh } t = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$

$e^{a+ib} = e^a (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t))$, où $a = \alpha + i\beta$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty$;

$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty$;

$\lim_{t \rightarrow +\infty} t^t = 0$;

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$

Croissances comparées à l'infini

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0$; si $\alpha < 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0$.

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\text{ch } t$	$\text{sh } t$
e^t	e^t	$\text{sh } t$	$\text{ch } t$
t^α ($\alpha \in \mathbb{R}$)	$\alpha t^{\alpha-1}$	$\text{Arc sin } t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
$\sin t$	$\cos t$	$\text{Arc tan } t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$\cos t$	$-\sin t$	e^{at} ($a \in \mathbb{C}$)	$a e^{at}$
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = k u'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^a)' = a u^{a-1} u'$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

Intégration par parties :

$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t) dt$

d) Développements limités

$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \epsilon(t)$

$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + t^n \epsilon(t)$

$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \epsilon(t)$

$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \epsilon(t)$

$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \epsilon(t)$

$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + t^n \epsilon(t)$

e) Equations différentielles

Equations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = k e^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{\eta_1 t} + \mu e^{\eta_2 t}$ où η_1 et η_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{\eta t}$ où η est la racine double de l'équation caractéristique
$ax'' + bx' + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $\eta_1 = \alpha + i\beta$ et $\eta_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant Δ	

a) Loi binomiale $P(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi de Poisson

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

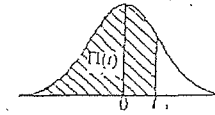
$$V(X) = \lambda$$

$k \setminus \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,5187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5483
1	0,1637	0,2227	0,2681	0,3031	0,3393
2	0,0164	0,0533	0,0536	0,0753	0,0988
3	0,0011	0,0035	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\Phi(x)$

$$\Phi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



$k \setminus \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,368	0,223	0,135	0,050	0,018	0,007	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,368	0,335	0,271	0,149	0,073	0,034	0,015	0,006	0,003	0,001	0,000
2	0,184	0,251	0,271	0,224	0,147	0,084	0,045	0,022	0,011	0,005	0,002
3	0,061	0,136	0,180	0,224	0,195	0,140	0,089	0,052	0,029	0,015	0,008
4	0,015	0,047	0,090	0,168	0,195	0,176	0,134	0,091	0,057	0,034	0,019
5	0,003	0,014	0,036	0,101	0,156	0,176	0,161	0,128	0,092	0,061	0,038
6	0,001	0,004	0,012	0,050	0,104	0,146	0,161	0,149	0,122	0,091	0,063
7	0,000	0,001	0,003	0,022	0,060	0,104	0,138	0,149	0,140	0,117	0,090
8		0,000	0,001	0,009	0,030	0,065	0,103	0,130	0,140	0,132	0,113
9			0,000	0,003	0,013	0,036	0,069	0,101	0,124	0,132	0,125
10				0,001	0,005	0,018	0,041	0,071	0,099	0,119	0,125
11				0,000	0,002	0,008	0,023	0,045	0,072	0,097	0,114
12					0,001	0,003	0,011	0,026	0,048	0,073	0,095
13						0,000	0,001	0,005	0,014	0,030	0,050
14							0,000	0,002	0,007	0,017	0,032
15								0,001	0,003	0,009	0,019
16								0,000	0,001	0,005	0,011
17									0,001	0,002	0,006
18									0,000	0,001	0,007
19										0,000	0,004
20											0,001
21											0,003
22											0,009

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8158	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9785	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9908	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Phi(t)$	0,99865	0,99904	0,99931	0,99952	0,99966	0,99976	0,99984	0,999928	0,999968	0,999997

Nota: $\Phi(-t) = 1 - \Phi(t)$

c) Loi exponentielle

Fonction de fiabilité: $R(t) = e^{-\lambda t}$

$E(X) = \frac{1}{\lambda}$ (M.T.B.F.)

$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$