

ATS 2019 (DAVIS P-A)

① $y'' + y = 2 \cos^2 x = \cos(2x) + 1$

Holt : $x^2 + 1$ a deux racines : $\pm i$

$y_H = A \cos x + B \sin x$ où $A, B \in \mathbb{R}$

Sol part pour 1 : $y_{R_1} = a$ $y_{R_1}'' = 0$ $y_{R_1}'' + y_{R_1} = a = 1$ $\boxed{y_{R_1} = 1}$

Sol part pour $\cos 2x$: $y_{R_2} = a \cos(2x) + b \sin(2x)$

$y_{R_2}' = -2a \sin(2x) + 2b \cos(2x)$ $y_{R_2}'' = -4a \cos(2x) - 4b \sin(2x)$

$y_{R_2}'' + y_{R_2} = -3a \cos(2x) - 3b \sin(2x) = \cos 2x \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$ et $b = 0$ $\boxed{y_{R_2} = -\frac{1}{3} \cos(2x)}$

Sols de l'eq complète : $y = A \cos x + B \sin x - \frac{1}{3} \cos(2x) + 1$ où A et $B \in \mathbb{R}$

② $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 3y - 5z = 0\}$ $E = E \cup \emptyset$

$\emptyset = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - 3y + z = 0\}$

1^{ère} méthode : les sev de \mathbb{R}^3 sont $\{\emptyset\}$; les droites; les plans; \mathbb{R}^3 .

E est la réunion de 2 plans. Ce n'est pas un sev de \mathbb{R}^3

2^{ème} méthode : $\vec{u} = (2, 1, 1) \in E$ (car $\vec{u} \in E$)

$\vec{v} = (1, 0, -1) \in E$ (car $\vec{v} \in E$)

$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = (3, 1, 0)$

$x_{\vec{w}} - 3y_{\vec{w}} + z_{\vec{w}} = 3 - 3 = 0 \neq 0$, donc $\vec{w} \notin \emptyset$ | donc $\vec{w} \notin E$

$x_{\vec{w}} + 3y_{\vec{w}} - 5z_{\vec{w}} = 3 + 3 = 6 \neq 0$, donc $\vec{w} \notin E$

E n'est pas stable pour l'addition, donc E n'est pas un sev de \mathbb{R}^3