

ATS 2018 (CUBY Coentr)

attention! *

(2) $A^2 + 4A - 12I = 0 \Rightarrow \frac{A^2 + 4A}{12} = I \Rightarrow A \left(\frac{A + 4I}{12} \right) = I$
 Il existe B tel que $A \cdot B = I$, donc A est inversible et $B = A^{-1}$.

ici $A^{-1} = \frac{A + 4I}{12}$

↳ de la division Euclidienne : il existe un unique couple (Q, R)

de $\mathbb{R}[X]$, tel que $\begin{cases} X^n = (X^2 + 4X - 12)Q(X) + R(X) \\ \deg(R) < 2 \end{cases} \Rightarrow R(X) = aX + b$

On cherche alors les racines de $x^2 + 4x - 12$: 2 et -6

en $X=2$: $2^n = 0 + a \cdot 2 + b$ $L_1 + L_2$: $a = \frac{2^n - (-6)^n}{8}$

en $X=-6$: $(-6)^n = 0 + a(-6) + b$ $3L_1 + L_2$: $b = \frac{3 \cdot 2^n + (-6)^n}{4}$

Donc $R(X) = \frac{2^n - (-6)^n}{8} X + \frac{3 \cdot 2^n + (-6)^n}{4}$

en $X=A$: $A^n = (A^2 + 4A - 12I)Q(A) + R(A)$

$A^n = 0 + \frac{2^n - (-6)^n}{8} A + \frac{3 \cdot 2^n + (-6)^n}{4} I$

* \triangle Si on écrit $A^2 + 4A = A(A + 4)$,

alors l'expression $A + 4$ n'a pas de sens

Il faut bien mettre $A + 4I$