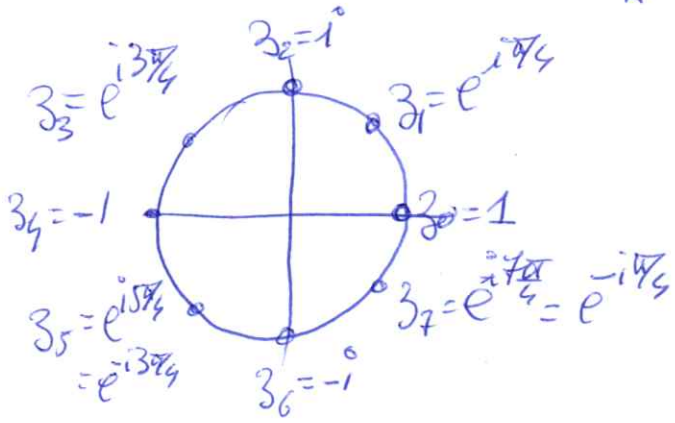


ATS 2018 (CORNOT Maxime)

② $x^8 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^8 = 1 \Leftrightarrow x^4 = \pm 1 \Leftrightarrow x^2 = 1$ car $x^4 = -1$ est impossible dans \mathbb{R}

$\Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ Sols dans \mathbb{R} : ± 1

Dans \mathbb{C} : $z^8 = 1 \Leftrightarrow z_k = e^{-i \frac{2k\pi}{8}}$ où $k = 0, \dots, 7$



Dans \mathbb{C} : $X^8 - 1 = (X-1)(X+1)(X-i)(X+i)(X-e^{i\pi/4})(X-e^{-i\pi/4})(X-e^{i3\pi/4})(X-e^{-i3\pi/4})$

Dans \mathbb{R} , on regroupe les complexes conjugués

$$X^8 - 1 = (X-1)(X+1)(X^2+1) \left(X^2 - \underbrace{\left(e^{i\pi/4} + e^{-i\pi/4} \right)}_{\substack{2\cos\pi/4 \\ 1 \\ \sqrt{2}}} X + 1 \right) \left(X^2 - \underbrace{\left(e^{i3\pi/4} + e^{-i3\pi/4} \right)}_{\substack{2\cos 3\pi/4 \\ -1 \\ -\sqrt{2}}} X + 1 \right)$$

$X^8 - 1 = (X-1)(X+1)(X^2+1)(X^2 - \sqrt{2}X + 1)(X^2 + \sqrt{2}X + 1)$