

Contrôle 3

Définitions et théorèmes :

1. Donner la définition d'une suite géométrique
2. Qu'est-ce qu'une fonction paire ?
3. Donner la définition d'affixe et d'image.
4. Citer la formule de Taylor.
5. Donner la définition de produit scalaire et de produit vectoriel.

Calcul :

Trouver les réels x tels que $\sqrt{2x^2 + 4x + 4} > 2x - 2$

Equations différentielle :

1. Intégrer l'équa diff suivante : $xy'(x) - 2y(x) = \frac{x^2}{\ln(x)}$
2. Trouver la solution f de l'équa diff $y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = (-13x + 33)e^{2x}$ telle que $f(0) = 3$ et $f'(0) = 7$

Limites et développement limités :

1. DL à l'ordre 2 au voisinage de $\frac{\pi}{3}$ de la fonction $f(x) = e^{\cos(x)}$

En déduire l'équation de la tangente à f en $\frac{\pi}{3}$ ainsi que la position de la courbe par rapport à sa tangente.

2. On rappelle que $(1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}t^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6}t^3 + o(t^3)$.

Donner le DL à l'ordre 3 en 0 de $f(x) = (1+2x)^{-3}$.

Quelle est l'équation de la tangente à f en 0 ?

Quelle est la position de la courbe représentative de f par rapport à sa tangente ?

3. Donner un équivalent en 0 et en $+\infty$ de $f(x) = \frac{e^x + x^3}{x^2 + 2}$. Justifier.

En déduire la limite de f en $+\infty$. Ici aussi, on aura pris soin de justifier le résultat proposé.

4. Donner un équivalent en 2^+ de $\sqrt{x^2 - 3x + 2}$

Les nombres complexes : (Insa de Strasbourg 2019)

1. $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ $z_2 = 1 + i$

Calculer le module et l'argument de z_1 ; z_2 ; $z_1 \times z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$ et l'argument de $(z_1)^{2020}$

2. Mettre sous la forme $a + ib$ les complexes suivants, puis représenter les dans le plan complexe.

$$(1 - 2i)(2 + i) \quad \frac{1-2i}{2+i} \quad (1 - i\sqrt{3})^3 \quad e^{i5\pi/6}$$

3. Donner les racines cubique de i et de -8 .

4. Trouver les racines du polynôme $P(X) = iX^2 - 5X + 1 - 7i$, puis factoriser P .