

Contrôle 1. Petits exos

Exo 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\cos(2x) = \sin(x)$.

Donner toutes les solutions comprises entre 0 et 2π .

Dresser un tableau de signe concernant la fonction : $f \left| \begin{array}{l} [0; 2\pi] \\ x \end{array} \right. \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longmapsto \end{array} \begin{array}{l} \mathbb{R} \\ \cos(2x) - \sin(x) \end{array}$

On pourra justifier les signes en prenant des valeurs.

En déduire l'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto g(x) = \ln(\cos(2x) - \sin(x))$.

Exo 2. Trouver les x tels que :
$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ (x + 1)^2 + y^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 \end{array} \right.$$

Exo 3. Décomposer 2160 en produit de nombres premiers.

Exo 4. Linéariser $\cos^4 x$

Exo 5. Ecrire le nombre suivant sans radical au dénominateur : $F = \frac{5+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Exo 6. Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 1$, $6^n - 1$ est divisible par 5.

Exo 7. Les fonctions suivantes sont-elles paires ou impaires ?

$$x \mapsto \frac{x^2+1}{x+1} \quad x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad x \mapsto \sin(3x) \quad x \mapsto \sin(x^2).$$

On justifiera les affirmations. (On rappelle que $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$)

Exo 8. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{x+20} > x$

Exo 9. Un exo où il faut réfléchir un peu.

La fonction f va de \mathbb{R} dans \mathbb{R} et vérifie $f(xy) = f(x+y) \quad \forall (x;y) \in \mathbb{R}^2. \quad (1)$

Montrer que f est constante.