

Exercice 1 corrigé

Exo 1 • $\cos(2x) = \sin x \Leftrightarrow \cos(2x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \Leftrightarrow 2x = \pm(\frac{\pi}{2} - x) + 2k\pi$

1^{er} cas : $2x = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \quad 3x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad \left| x = \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \right|$

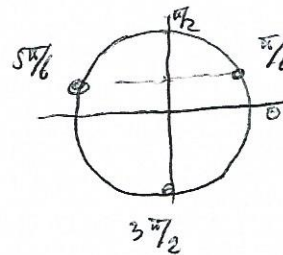
2^{es} cas : $2x = -(\frac{\pi}{2} - x) + 2k\pi \Leftrightarrow 2x = x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow \left| x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \right|$

$\left| \mathcal{S} = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\} \right|$

• Les solutions entre 0 et 2π sont : Dans le 1^{er} cas $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + \frac{4\pi}{3} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{6} + \frac{6\pi}{3} = \frac{13\pi}{6} > 2\pi$ Donc 3 valeurs : $\left| \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ et } \frac{3\pi}{2} \right|$

Dans le deuxième cas : $-\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{3\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x)$	1	+	0	-	0	+	1



$f(\frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2}) - \sin(\frac{\pi}{2}) = -1 - 1 = -2$
 $f(\pi) = \cos(2\pi) - \sin(\pi) = 1 - 0 = 1$
 $f(0) = f(2\pi) = 1 - 0 = 1$

• $g(x) = \ln(\cos(2x) - \sin x)$
 $\cos(2x) - \sin x$ doit être > 0

On garde donc $[0; \frac{\pi}{6}[\cup] \frac{5\pi}{6}; 2\pi]$

module 2π car g est 2π -périodique

Exo 2 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x+1)^2 + y^2 = (\frac{1+\sqrt{5}}{2})^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} \end{cases} \Rightarrow 1 + 2x + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow 2x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} - 2 = \frac{3+\sqrt{5}-4}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow \left| x = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \right|$ on peut alors vérifier ça manuellement

Exo 3 $2160 \begin{array}{l} | 2 \\ \hline 1080 \\ | 2 \\ \hline 540 \\ | 2 \\ \hline 270 \\ | 2 \\ \hline 135 \\ | 3 \\ \hline 45 \\ | 3 \\ \hline 15 \\ | 3 \\ \hline 5 \end{array}$

$2160 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$

Exo 5 $F = \frac{5+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(5+2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 4}{3-2} = 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 4$

Exo 9 $f(xy) = f(x+y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$. Avec $y=0$, on obtient $f(x \cdot 0) = f(x+0) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ c'est-à-dire $f(0) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$
 Donc f est constante et vaut $f(0)$ pour tout x