

⑧ On sait que $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 10u_n - 9n - 8$, $\forall n \in \mathbb{N}$

pour $n=0$: $u_1 = 10u_0 - 9 \cdot 0 - 8$
 $= 10 - 8 = 2$ $u_1 = 2$

pour $n=1$: $u_2 = 10 \cdot u_1 - 9 \cdot 1 - 8 = 10 \cdot 2 - 9 - 8 = 20 - 17 = 3$
 $u_2 = 3$

pour $n=2$: $u_3 = 10 \cdot 3 - 9 \cdot 2 - 8 = 30 - 18 - 8 = 4$ $u_3 = 4$

Il semble que $u_n = n+1$. On le prouve par récurrence :

Initialisation : C'est vrai pour $n=0$; 1 et 2

Hérédité : Je prends un $n \geq 1$. Je suppose que $u_n = n+1$

(Je dois montrer que $u_{n+1} = n+2$)

$$u_{n+1} = 10u_n - 9n - 8 = 10(n+1) - 9n - 8 = 10n + 10 - 9n - 8 = n + 2$$

Yes!

Conclusion : $\forall n \geq 1$ $u_n = n+2$

D'après le principe de récurrence