

(11 bis)

$$\sin^2 x \cos^4 x = \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \right)^2 \left(\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \right)^4$$

$$= -\frac{1}{4} \times \frac{1}{16} \left(e^{i2x} - 2e^{ix}e^{-ix} + e^{-i2x} \right) \left(e^{i4x} + 4e^{i3x}e^{-ix} + 6e^{i2x}e^{-i2x} + 4e^{ix}e^{-i3x} + e^{-i4x} \right)$$

$$= -\frac{1}{64} \left(\begin{matrix} e^{i2x} & -2 & +e^{-i2x} \\ \text{[1]} & \text{[2]} & \text{[3]} \end{matrix} \right) \left(e^{i4x} + 4e^{i2x} + 6 + 4e^{-i2x} + e^{-i4x} \right)$$

$$= -\frac{1}{64} \left[\begin{matrix} e^{i6x} + 4e^{i4x} + 6e^{i2x} + 4 + e^{-i2x} & \text{[1]} \\ -2e^{i4x} - 8e^{i2x} - 12 - 8e^{-i2x} + 2e^{-i4x} & \text{[2]} \end{matrix} \right]$$

$$+ e^{i2x} + 4 + 6e^{-i2x} + 4e^{-i4x} + e^{-i6x} \quad \text{[3]}$$

$$= -\frac{1}{64} \left[e^{i6x} + 2e^{i4x} - e^{i2x} - 4 - e^{-i2x} + e^{-i4x} + e^{-i6x} \right]$$

$$= -\frac{1}{64} \left[\left(e^{i6x} + e^{-i6x} \right) + 2 \left(e^{i4x} + e^{-i4x} \right) - \left(e^{i2x} + e^{-i2x} \right) - 4 \right]$$

$$= -\frac{1}{64} \left[2 \cos(6x) + 4 \cos(4x) - 2 \cos(2x) - 4 \right]$$

$$= -\frac{1}{32} \cos(6x) - \frac{1}{16} \cos(4x) + \frac{1}{32} \cos(2x) + \frac{1}{16}$$

Question 12 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par
 $f(x) = (x-3)e^{-x} - x - 3$.
1) Déterminez les racines de l'équation $f(x) = 0$.
2) Étudiez la fonction f sur \mathbb{R} .
3) Calculez l'aire du domaine délimité par la courbe de f , l'axe des abscisses et la droite $x = 1$.