

(11) $A(1, -1)$ $B(3, 1)$ $C(5, 0)$

Médiane du segment $[AB]$: $M_{[A,B]}$

$\vec{AB} = (2, 2)$

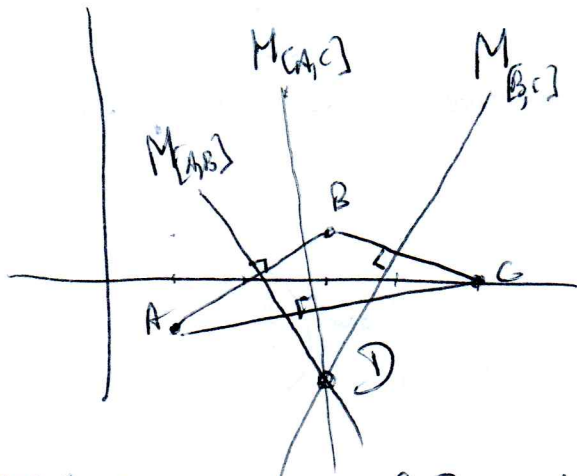
\vec{AB} est \perp à $M_{[A,B]}$, donc $M_{[A,B]}$ a pour

eq : $2x + 2y = c$

le milieu de $[AB]$ vaut $C' = \frac{A+B}{2} = (\frac{4}{2}, 0) = (2, 0)$

$2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = c \Rightarrow c = 4$ $2x + 2y = 4$

ou plutôt : $M_{[A,B]} : x + y = 2$



Médiane du segment $[AC]$: $M_{[A,C]}$ $\vec{AC} = (4, 1)$

l'eq de $M_{[A,C]}$ est donc $4x + y = c$

le milieu de $[AC]$ vaut $B' = \frac{A+C}{2} = (3, -\frac{1}{2}) \Rightarrow 12 - \frac{1}{2} = c = \frac{23}{2}$

$M_{[A,C]} : 4x + y = \frac{23}{2}$ $| 8x + 2y = 23$

Médiane du segment $[B,C]$: $M_{[B,C]}$ $\vec{BC} = (2, -1)$

$M_{[B,C]}$ a donc pour eq $2x - y = c$ le milieu est $A' = \frac{B+C}{2} = (\frac{4}{2}, \frac{1}{2})$

$8 - \frac{1}{2} = c = \frac{15}{2}$ $2x - y = \frac{15}{2}$ $M_{[B,C]} : 4x - 2y = 15$

Intersection de $M_{[A,B]}$ et $M_{[B,C]}$:

$$\begin{cases} x + y = 2 \quad (\times 2) \\ 4x - 2y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 4x - 2y = 15 \end{cases}$$

$L_1 + L_2 : 6x = 19 \quad x = \frac{19}{6} \Rightarrow y = 2 - x = -\frac{7}{6} = y$ $D = (\frac{19}{6}, -\frac{7}{6})$

On vérifie dans la 3^{ème} équation : $8x + 2y = \frac{152}{6} - \frac{14}{6} = \frac{138}{6} = 23$

ça marche. D est aussi sur la droite $M_{[A,C]}$.

Donc les 3 médianes sont concourantes